

## 5. Normalização avançada

### 5.1. Dependências Multivalor (DM)

As dependências funcionais são um caso particular de um tipo mais geral de dependências lógicas, entre os atributos de uma relação, que são as dependências multivalor.

#### (1) Exemplo de uma Dependência Multivalor

Seja a relação Inventário ( item, departamento, cor) e num dado instante a seguinte tabela:

Inventário

item	departamento	cor
c	1	castanho
t	1	preto
s	1	castanho
d	2	verde
s	2	castanho
b	2	vermelho
b	2	amarelo
b	2	azul
b	3	vermelho
b	3	amarelo
b	3	azul

- Um item pode ter mais do que uma cor e ser usado em mais do que um departamento.
- Um departamento pode usar mais do que um item em várias cores.
- Uma cor específica não determina o item nem o departamento.

*(Só existem as dependências funcionais triviais)*

Na tabela anterior existe uma dependência não funcional:

“Se um item existe numa dada cor e é usado nalgum departamento, então esse departamento usa todas as cores desse item”

Isto é,

- O conjunto de cores de um item é o mesmo em qualquer departamento que usa esse item.

O conjunto das cores de um item depende só do item e não do departamento onde é usado.

O conjunto de departamentos que utiliza um item depende só do item e não das suas cores.

Dizemos que item multidetermina cor ( item  $\twoheadrightarrow$  cor )

e que item multidetermina departamento ( item  $\twoheadrightarrow$  departamento )

Seja a relação,  $R(X,Y,Z)$  com  $m + n + r$  atributos, onde

$$X = \{ X_1, X_2, \dots, X_m \},$$

$$Y = \{ Y_1, Y_2, \dots, Y_n \},$$

$$Z = \{ Z_1, Z_2, \dots, Z_r \} \text{ são conjuntos disjuntos de atributos.}$$

Um  $m$ -tuplo  $\{ x_1, x_2, \dots, x_m \}$  de valores dos atributos  $X_1, X_2, \dots, X_m$  é denotado por  $x$ . Análogo para  $Y$  e  $Z$ .

$Y_{xz}$  denota o conjunto de tuplos definido por

$$Y_{xz} = \{ y : (x, y, z) \in R \}$$

Exemplo

$$\text{cor}_{c1} = \{ \text{castanho} \}$$

$$\text{cor}_{t1} = \{ \text{preto} \}$$

$$\text{cor}_{s1} = \{ \text{castanho} \}$$

$$\text{cor}_{d2} = \{ \text{verde} \}$$

$$\text{cor}_{s2} = \{ \text{castanho} \}$$

$$\text{cor}_{b2} = \{ \text{vermelho, azul, amarelo} \}$$

$$\text{cor}_{b3} = \{ \text{vermelho, azul, amarelo} \}$$

## (2) Definição de Dependência Multivalor

Uma dependência Multivalor,  $X \twoheadrightarrow Y$

existe numa relação  $R(XYZ)$  sse  $Y_{xz} = Y_{xz'}$  para quaisquer  $x, z$  e  $z'$  para os quais  $Y_{xz}$  e  $Y_{xz'}$  são conjuntos não vazios de atributos.

Por exemplo, na relação Inventário

$cor_{s1} = cor_{s2} = \{ \text{castanho} \}$

$cor_{b2} = cor_{b3} = \{ \text{vermelho, azul, amarelo} \}$

item  $\twoheadrightarrow$  cor

$Y_{xz} = Y_{xz'}$  verifica-se sse sempre que  $(x,y,z)$  e  $(x,y',z')$  são tuplos de  $R(X Y Z)$  também o são  $(x,y', z)$  e  $(x, y, z')$ .

Definição (2)

A dependência multivalor,  $X \twoheadrightarrow Y$  existe em  $R(X, Y Z)$  sse sempre que  $(x,y,z)$  e  $(x,y',z')$  são tuplos de  $R(X Y Z)$  também o são  $(x,y', z)$  e  $(x, y, z')$ .

Por exemplo,

$(b,2, \text{vermelho})$  e  $(b,3, \text{azul})$  são tuplos de Inventário assim como

$(b, 2, \text{azul})$  e  $(b, 3, \text{vermelho})$

X multidetermina Y se um valor de Y identifica um conjunto de valores de Y independentemente de outros atributos da relação.

### (3) Dependências Funcionais e Multivalor

Se X e Y são conjuntos disjuntos de atributos da relação R(X Y Z) tal que exista  $X \rightarrow Y$  então também  $X \twoheadrightarrow Y$

### (4) Dependências Multivalor complementares

Se a DM  $X \twoheadrightarrow Y$  está definida na relação R(X Y Z) então também existe  $X \twoheadrightarrow Z$ .

Na relação Inventário, se item  $\twoheadrightarrow$  cor então  
item  $\twoheadrightarrow$  departamento (e vice-versa)

De facto,

Departamento<sub>b, vermelho</sub> = Departamento<sub>b, amarelo</sub>  
= Departamento<sub>b, azul</sub> = { 2, 3 }

(5) Separação de Dependências Multivalor

Sejam

$$\Pi_{\langle \text{departamento, item} \rangle}(\text{Inventário}) \text{ e } \Pi_{\langle \text{item, cor} \rangle}(\text{Inventário})$$

departamento	item
1	c
1	t
1	s
2	d
2	s
2	b
3	b

item	cor
c	castanho
t	preto
s	castanho
d	verde
b	vermelho
b	azul
b	amarelo

Se fizermos a junção sobre item obtemos a relação inicial. !

E se retirarmos o tuplo (b, 2, vermelho) da tabela inicial?

(6) Restabelecer uma relação pela junção das suas projecções.

A relação  $R(X,Y,Z)$  é igual à junção de projecção de  $R$  sobre  $X$  e  $Y$  com a projecção de  $R$  sobre  $X$  e  $Z$  sse existe a dependência multivalor  $X \twoheadrightarrow Y$

Demonstração:

Já vimos que é sempre verdade que

$$R(X,Y,Z) \subseteq \prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \bowtie_{\langle X=X \rangle} \prod_{\langle X, Z \rangle} (R)$$

(ver página 78)

$$\text{Seja } xyz \in \prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \bowtie_{\langle X=X \rangle} \prod_{\langle X, Z \rangle} (R)$$

então existem  $y'$  e  $z'$  tais que  $xyz'$  e  $xy'z \in R(X,Y,Z)$ .

Mas  $X \twoheadrightarrow Y$  e por definição de DM  $xyz$  e  $xy'z' \in R(XYZ)$

portanto  $xyz \in R(XYZ)$ .

Provamos que se  $X \twoheadrightarrow Y$  então

$$\prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \bowtie_{\langle X=X \rangle} \prod_{\langle X, Z \rangle} (R) = R(XYZ)$$

$$\text{Seja agora } R(XYZ) = \prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \bowtie_{\langle X=X \rangle} \prod_{\langle X, Z \rangle} (R)$$

e sejam  $xyz$  e  $xy'z'$  quaisquer tuplos de  $R(XYZ)$ .

$$\text{Então } xy \text{ e } xy' \in \prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \text{ e } xz \text{ e } xz' \in \prod_{\langle X, Z \rangle} (R)$$

Por junção de  $xy$  e  $xy'$  com  $xz$  e  $xz'$  obtemos  $xyz$ ,  $xyz'$ ,  $xy'z$  e  $xy'z'$ .

$$\text{Porque assumimos que } R(XYZ) = \prod_{\langle X, Y \rangle} (R) \bowtie_{\langle X=X \rangle} \prod_{\langle X, Z \rangle} (R),$$

$xy'z$  e  $xyz'$  necessariamente  $\in R(XYZ)$ . O que, pela definição de

dependência multivalor significa que  $X \twoheadrightarrow Y$  em  $R(XYZ)$ .

c.e.d.

(7) Dependências multivalor triviais

As DM  $X \twoheadrightarrow \Phi$  e  $X \twoheadrightarrow Y$  existem para qualquer relação  $R(XY)$  onde  $Z$  e  $Y$  são conjuntos disjuntos de atributos.

5.2. Dependências de Junção (DJ)

(1) Definição

Seja a relação  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  e  $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$  uma coleção de subconjuntos de  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  tal que

$$X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_m = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

$R$  satisfaz a dependência de junção (DJ)

$$* \{X_1, X_2, \dots, X_m\} \text{ sse}$$

$$R = R[X_1] \bowtie R[X_2] \bowtie \dots \bowtie R[X_m]$$

onde,

.  $R[X_1]$  - denota a projecção de  $R$  sobre os atributos de  $X_1$ ,

.  $\bowtie$  - denota a junção natural

Uma DJ é trivial se para algum  $i=1, 2, \dots, m$

$$X_i = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$



Exemplo:

R( Fornecedor, Peça, Projecto)

Fornecedor	Peça	Projecto
F1	P1	J2
F1	P2	J1
F2	P1	J1
F1	P1	J1

existe a dependência de junção,

\* { {Fornecedor, Peça} , {Peça, Projecto} , { Projecto, fornecedor} }

R[Fornecedor, Peça]

Fornecedor	Peça
F1	P1
F1	P2
F2	P1

R[Peça, Projecto]

Peça	Projecto
P1	J2
P2	J1
P1	J1

R[Projecto, Fornecedor]

Projecto	Fornecedor
J2	F1
J1	F1
J1	F2

$(R[Fornecedor, Peça] \bowtie R[Peça, Projecto]) \bowtie R[Projecto, Fornecedor]$

Fornecedor	Peça	Projecto
F1	P1	J2
F1	P1	J1
F1	P2	J1
F2	P1	J2
F2	P1	J1



Fornecedor	Peça	Projecto
F1	P1	J2
F1	P1	J1
F2	P2	J1
F2	P1	J1

Tabela original

## (2) Dependências de Junção e Dependências Multivalor

A relação  $R(XYZ)$  em que  $X, Y, Z$  são conjuntos não vazios e disjuntos, satisfaz à dependência de junção

\*  $\{ XY, XZ \}$  sse a DM  $X \twoheadrightarrow Y$  for válida em  $R$ .

## (3) Dependências de Junção e Dependências baseadas em Chaves

Diz-se que a DJ \*  $\{ X_1, X_2, \dots, X_m \}$  é o resultado de dependências baseadas em chaves de  $R$  sse cada Junção na expressão

$R[X_1] \bowtie R[X_2] \bowtie \dots \bowtie R[X_m]$  for efectuada sobre uma superchave independentemente da ordem pela qual as junções são efectuadas.

Exemplo:

Seja,  $R(A,B,C,D)$  em que  $A \rightarrow BCD$  e  $B \rightarrow ACD$

A DJ \*  $\{ AB, AD, BC \}$

é baseada em chaves!