

Teoria da Computação

Exame de Segunda Chamada

Universidade da Beira Interior

Segunda Feira 9 de Fevereiro de 2009 - Duração: 3 horas

A consulta dos apontamentos manuscritos e dos apontamentos da disciplina
(e só esses) é tolerada.

É proibido o uso de calculadora e de telemóvel.
Qualquer fraude implica reprovação na disciplina.
Só serão corrigidas as provas **legíveis**.

Relembramos que, na tradição da axiomática de Peano, a notação \mathbb{N} utilizada neste documento refere-se ao conjunto dos naturais incluindo o 0. Referiremo-nos ao conjunto dos naturais sem o 0 (i.e. $\{1, 2, 3, \dots\}$) por \mathbb{N}^* .

Exercício 1 (Fundamentos da Computação)

*As linguagens de programação em conjunto com os respectivos compiladores tem capacidade para a expressão de programas que resolvam **qualquer problema** decidível (e até semi-decidível). Vimos nas aulas teóricas vários exemplos de máquinas de Turing. Todos os exemplos apresentavam uma arquitectura dedicado à resolução de **um problema particular** semi-decidível. Afirmamos, com a Tese de Church-Turing que existe uma equivalência de expressividade entre linguagem de programação e máquinas de Turing.*

Comente e resolve esta aparente contradição entre a capacidade de resolução genérica associada as linguagens de programação e a capacidade de resolução dedicada das máquinas de Turing apresentada nas aulas.

Dica: O que ficou por contar nas aulas? Dê os detalhes que justificam que não há contradição. Em particular debruçam-se sobre o conceito de compilação/execução.

□

Exercício 2 (Técnicas de Demonstração)

Demonstre por indução estrutural que $\forall n \in \mathbb{N}^, \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} = 2 - \frac{1}{n}$*

□

Exercício 3 (Expressões Regulares)

Um endereço IP é dado por 4 números separados por pontos. Cada numero está no intervalo $\{0 - 255\}$. Assim 192.168.20.1 é um IP válido, ao contrário de 10.10.100.0.100 ou 250.500.1.12.

Define o alfabeto e uma expressão regular que descreve endereços IP's válidos.

□

Exercício 4 (Autômatos de estados finitos)

1. Considere-se o alfabeto $V = \{d, s, p\}$. A letra d representa os dígitos, o s os sinais (positivo e negativo) e o p o ponto. O conjunto de números decimais é gerado pela seguinte expressão regular : $(s + d)(d)^* p d (d)^*$. Dê um autômato determinista que reconhece a linguagem definida por esta expressão regular.
2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$. Dê um autômato não-determinista que reconheça a linguagem $\{ab, abc\}^*$.
3. Prepare e minimize o autômato A_1 da figura 1 (onde $\lambda = \epsilon$).

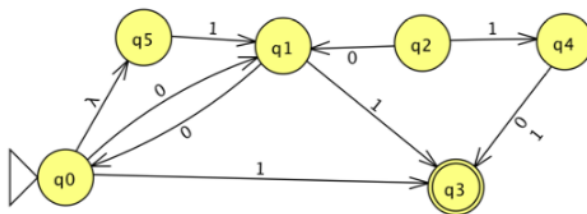


Figura 1: Autômato A_1

□

Exercício 5 (Limites dos autômatos de estados finitos) Demonstre, usando o lema de bombeamento que a linguagem $\{ww \mid w \in (a + b)^*\}$ não é regular. □

Exercício 6 (Autômatos com pilha)

1. Considere a linguagem seguinte $L = \{ww^R w^R : w \in \{a, b\}^*\}$ onde w^R é a palavra inversa de w . Diga informalmente porque esta linguagem não pode ser reconhecida por um autômato de pilha.
2. Admita que se estenda os autômatos de pilha apresentados nas aulas com uma segunda pilha e que o seu funcionamento é idêntico a primeira. Da mesma forma, a noção de execução é estendida de forma natural para duas pilhas. Defina um autômato de duas pilhas que reconheça sobre estado final e pilha vazia, a linguagem da alínea anterior. Espera-se um autômato que utilize Z como símbolo inicial das duas pilhas.
3. Apresente uma justificação informal que sustente a seguinte afirmação: Um autômato com duas pilhas é tão poderoso quanto uma máquina de Turing. Por exemplo, diga em que medida pode-se simular o funcionamento da fita de uma máquina de Turing com duas pilhas.

□

Exercício 7 (Máquinas de Turing) Considere o alfabeto de entrada $\{a, b\}$ e a máquina de Turing apresentada na figura 2 seguinte (onde todos os estados são finais):

- Apresente a sequência de configurações da execução até ao seu termino com a fita inicializada com a palavra *aba*.
- Que linguagem reconhece e que output gera esta máquina?

□

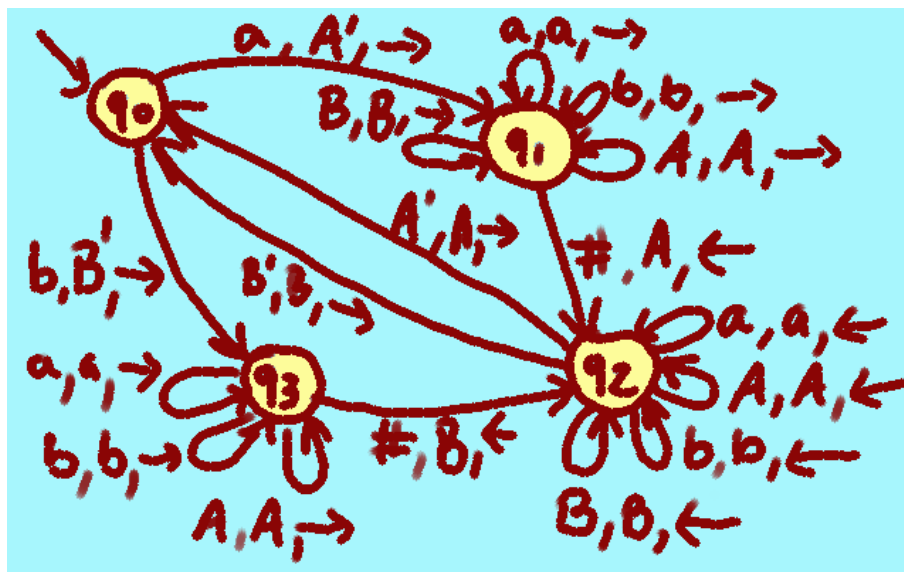


Figura 2: Máquina de Turing