

# Teoria da Computação

## Exame de Primeira Chamada

### Universidade da Beira Interior

Segunda-Feira 29 de Janeiro de 2006

A consulta dos apontamentos manuscritos e os apontamentos da disciplina (**e só esses**) é tolerada.  
Proibido o uso de calculadora e de telemóvel.  
Qualquer fraude implica reprovação na disciplina.  
Só serão corrigidas as provas **legíveis**.

Relembramos que, na tradição da axiomática de Peano, a notação  $\mathbb{N}$  refere-se ao conjunto dos naturais incluindo o 0. Referiremo-nos ao conjunto dos naturais sem o 0 por  $\mathbb{N}^*$ .

## 1 Princípios da Teoria da Computação

1. Como caracterizar a complexidade em tempo da solução dum problema indecidível?
2. Que impacto terá a descoberta dum algoritmo que não se pode expressar com a ajuda duma máquina de Turing?

## 2 Técnicas de Demonstração

Demonstre, usando o princípio da diagonalização, que o conjunto  $\mathcal{F}$  das funções unárias de  $\mathbb{N}$  para  $\mathbb{N}$  não é numerável. Para tal, prossiga por contradição (assuma que  $\mathcal{F}$  é numerável) e considere a matriz  $M$  booleana cujas linhas são as funções  $f_0, f_1, \dots, f_i, \dots$  de  $\mathcal{F}$  e as colunas os inteiros de  $\mathbb{N}$ , ou seja,  $0, 1, 2, \dots, i, \dots$ . Que significado atribuir a  $M(f_i, k) = \text{true}$ ? Neste caso, que representa o conjunto diagonal? Conclua.

## 3 OCaml

Considere o tipo das árvores binárias:

```
type 'a bin_tree =  
  Empty  
  | Node of 'a bin_tree * 'a * 'a bin_tree
```

Defina uma função procura:  $'a \rightarrow 'a \text{ bin\_tree} \rightarrow \text{bool}$  que devolve *true* se o seu primeiro argumento consta na árvore binária em segundo argumento, *false* senão.

## 4 Autómatos

Considere um autômato  $M = \{Q, \Sigma, I, F, R_\delta\}$  não determinista com transições  $\epsilon$  com  $|I| > 1$ . É sempre possível transformar um autômato como  $M$  num autômato não determinístico com transições  $\epsilon$  equivalente  $M'$  possuindo um só estado inicial.

1. Proponha um algoritmo que realize tal transformação.
2. Demonstre (ou pelo menos dê um esboço de demonstração) que o autômato resultante  $M'$  é equivalente ao autômato  $M$  (ou seja que  $L(M) = L(M')$ ). Esta propriedade é a propriedade de correcção do algoritmo proposto.

## 5 Autómatos de pilha

Defina um autômato com pilha que reconheça a linguagem  $\{a^n.b^m.c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ . Sugestão: inspira-se do autômato com pilha dado no teste modelo.

## 6 Máquinas de Turing

1. Diga que configuração atinge a execução da seguinte máquina  $M = \{Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \#, \emptyset\}$  sobre a palavra *abba*:

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $\Gamma = \{a, b, A, A', B, B'\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\delta =$ 

$q_0$	$a$	$\rightarrow$	$q_1$	$A'$	<i>Direita</i>
$q_0$	$b$	$\rightarrow$	$q_3$	$B'$	<i>Direita</i>
$q_1$	$a$	$\rightarrow$	$q_1$	$a$	<i>Direita</i>
$q_1$	$b$	$\rightarrow$	$q_1$	$b$	<i>Direita</i>
$q_1$	$A$	$\rightarrow$	$q_1$	$A$	<i>Direita</i>
$q_1$	$B$	$\rightarrow$	$q_1$	$B$	<i>Direita</i>
$q_1$	$\#$	$\rightarrow$	$q_2$	$A$	<i>Esquerda</i>
$q_2$	$a$	$\rightarrow$	$q_2$	$a$	<i>Esquerda</i>
$q_2$	$b$	$\rightarrow$	$q_2$	$b$	<i>Esquerda</i>
$q_2$	$A$	$\rightarrow$	$q_2$	$A$	<i>Esquerda</i>
$q_2$	$A'$	$\rightarrow$	$q_0$	$A$	<i>Direita</i>
$q_2$	$B$	$\rightarrow$	$q_2$	$B$	<i>Esquerda</i>
$q_2$	$B'$	$\rightarrow$	$q_0$	$B$	<i>Direita</i>
$q_3$	$a$	$\rightarrow$	$q_3$	$a$	<i>Direita</i>
$q_3$	$b$	$\rightarrow$	$q_3$	$b$	<i>Direita</i>
$q_3$	$A$	$\rightarrow$	$q_3$	$A$	<i>Direita</i>
$q_3$	$B$	$\rightarrow$	$q_3$	$B$	<i>Direita</i>
$q_3$	$\#$	$\rightarrow$	$q_2$	$B$	<i>Esquerda</i>