

Teoria da Computação

Exame de Época Especial

Universidade da Beira Interior

1 de Setembro de 2009 - Duração: 3 horas

A consulta dos apontamentos manuscritos e dos apontamentos da disciplina
(e só esses) é tolerada.

É proibido o uso de calculadora e de telemóvel.
Qualquer fraude implica reprovação na disciplina.
Só serão corrigidas as provas **legíveis**.

Relembramos que, na tradição da axiomática de Peano, a notação \mathbb{N} utilizada neste documento refere-se ao conjunto dos naturais incluindo o 0. Referiremo-nos ao conjunto dos naturais sem o 0 (i.e. $\{1, 2, 3 \dots\}$) por \mathbb{N}^* .

Exercício 1 (Fundamentos da Computação) *Nas aulas afirmamos que máquinas de Turing são estritamente mais expressivas de que autómatos de estados finitos com uma pilha.*

- Explique porquê,
- e em que medida este facto deixa de ser verdade se juntarmos uma segunda pilha aos referidos autómatos.

□

Exercício 2 (Técnicas de Demonstração)

Demonstre por indução em n que para todas as strings u e $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u^n| = n|u|$

□

Exercício 3 (Expressões Regulares)

Um endereço IP é dado por 4 números separados por pontos. Cada número está no intervalo $\{0 - 255\}$. Assim 192.168.20.1 é um IP válido, ao contrário de 10.10.100.0.100 ou 250.500.1.12.

Defina o alfabeto e uma expressão regular que descreve endereços IP's válidos.

□

Exercício 4 (Autómatos de estados finitos)

1. Considere-se o alfabeto $V = \{d, s, p\}$. A letra d representa os dígitos, o s os sinais (positivo e negativo) e o p o ponto. O conjunto de números decimais é gerado pela seguinte expressão regular : $(s + d)(d)^* p d (d)^*$. Dê um autómato determinista que reconhece a linguagem definida por esta expressão regular.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$. Dê um autômato não-determinista que reconheça a linguagem $\{ab, abc\}^*$.
3. Prepare e minimize o autômato A_1 da figura 1 (onde $\lambda = \epsilon$).

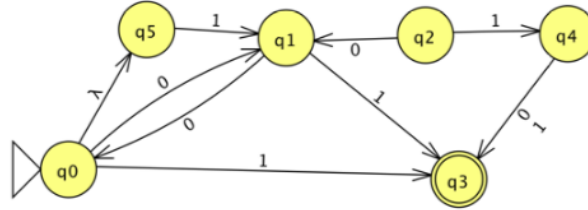


Figura 1: Autômato A_1

□

Exercício 5 (Limites dos autômatos de estados finitos) Demonstre, usando o lema de bombeamento, que a linguagem $\{ww \mid w \in (a + b)^*\}$ não é regular. □

Exercício 6 (Autômatos com pilha)

1. Considere a linguagem seguinte $L = \{ww^Rw^R : w \in \{a, b\}^*\}$ onde w^R é a palavra inversa de w . Diga informalmente porque esta linguagem não pode ser reconhecida por um autômato de pilha.
2. Defina um autômato de pilha que reconheça sobre estado final e pilha vazia a linguagem $\{a^{2n+2}b^{n+1} \mid n \geq 0\}$

□

Exercício 7 (Máquinas de Turing) Assuma uma codificação unária dos inteiros (onde 5, por exemplo, é representado por $IIIII$). Defina uma máquina de Turing que receba em entrada tais inteiros e aceite as entradas pares. A resolução deverá contemplar uma pequena justificação do funcionamento da máquina. □