

Teoria da Computação

Exame de Segunda Chamada

Universidade da Beira Interior

Segunda-Feira 5 de Fevereiro de 2007

A consulta dos apontamentos manuscritos e os apontamentos da disciplina (**e só esses**) é tolerada.
Proibido o uso de calculadora e de telemóvel.
Qualquer fraude implica reprovação na disciplina.
Só serão corrigidas as provas **legíveis**.

Relembramos que, na tradição da axiomática de Peano, a notação \mathbb{N} refere-se ao conjunto dos naturais incluindo o 0. Referiremo-nos ao conjunto dos naturais sem o 0 por \mathbb{N}^* .

1 Princípios da Teoria da Computação

1. Como caracterizar a complexidade em tempo da solução dum problema indecidível?
2. Que impacto terá a descoberta dum algoritmo que não se pode expressar com a ajuda duma máquina de Turing?

2 Técnicas de Demonstração

Demonstre, usando o princípio da diagonalização, que o conjunto \mathcal{F} das funções unárias de \mathbb{N} para \mathbb{N} não é numerável. Para tal, prossiga por contradição (assuma que \mathcal{F} é numerável) e considere a matriz M booleana cujas linhas são as funções $f_0, f_1, \dots, f_i, \dots$ de \mathcal{F} e as colunas os inteiros de \mathbb{N} , ou seja, $0, 1, 2, \dots, i, \dots$. Que significado atribuir a $M(f_i, k) = \text{true}$? Neste caso, que representa o conjunto diagonal? Conclua.

3 OCaml

Considere o tipo das árvores binárias:

```
type 'a bin_tree =  
  Empty  
  | Node of 'a bin_tree * 'a * 'a bin_tree
```

Defina uma função procura: $'a \rightarrow 'a \text{ bin_tree} \rightarrow \text{bool}$ que devolve *true* se o seu primeiro argumento consta na árvore binária em segundo argumento, *false* senão.

4 Autómatos

Considere um autômato $M = \{Q, \Sigma, I, F, R_\delta\}$ não determinista com transições ϵ com $|I| > 1$. É sempre possível transformar um autômato como M num autômato não determinístico com transições ϵ equivalente M' possuindo um só estado inicial.

1. Proponha um algoritmo que realize tal transformação.
2. Demonstre (ou pelo menos dê um esboço de demonstração) que o autômato resultante M' é equivalente ao autômato M (ou seja que $L(M) = L(M')$). Esta propriedade é a propriedade de correcção do algoritmo proposto.

5 Autómatos de pilha

Defina um autômato com pilha que reconheça a linguagem $\{a^n.b^m.c^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$. Sugestão: inspira-se do autômato com pilha dado no teste modelo.

6 Máquinas de Turing

1. Diga que configuração atinge a execução da seguinte máquina $M = \{Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \#, \emptyset\}$ sobre a palavra *abba*:

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $\Gamma = \{a, b, A, A', B, B'\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\delta =$

q_0	a	\rightarrow	q_1	A'	<i>Direita</i>
q_0	b	\rightarrow	q_3	B'	<i>Direita</i>
q_1	a	\rightarrow	q_1	a	<i>Direita</i>
q_1	b	\rightarrow	q_1	b	<i>Direita</i>
q_1	A	\rightarrow	q_1	A	<i>Direita</i>
q_1	B	\rightarrow	q_1	B	<i>Direita</i>
q_1	$\#$	\rightarrow	q_2	A	<i>Esquerda</i>
q_2	a	\rightarrow	q_2	a	<i>Esquerda</i>
q_2	b	\rightarrow	q_2	b	<i>Esquerda</i>
q_2	A	\rightarrow	q_2	A	<i>Esquerda</i>
q_2	A'	\rightarrow	q_0	A	<i>Direita</i>
q_2	B	\rightarrow	q_2	B	<i>Esquerda</i>
q_2	B'	\rightarrow	q_0	B	<i>Direita</i>
q_3	a	\rightarrow	q_3	a	<i>Direita</i>
q_3	b	\rightarrow	q_3	b	<i>Direita</i>
q_3	A	\rightarrow	q_3	A	<i>Direita</i>
q_3	B	\rightarrow	q_3	B	<i>Direita</i>
q_3	$\#$	\rightarrow	q_2	B	<i>Esquerda</i>