

Teoria da Computação

Primeiro mini-teste

Universidade da Beira Interior

Quinta Feira 27 de Novembro de 2008 - Duração: 1 hora

A consulta dos apontamentos manuscritos e dos apontamentos da disciplina
(e só esses) é tolerada.

É proibido o uso de calculadora e de telemóvel.

Qualquer fraude implica reprovação na disciplina.

Só serão corrigidas as provas **legíveis**.

Relembramos que, na tradição da axiomática de Peano, a notação \mathbb{N} utilizada neste documento refere-se ao conjunto dos naturais incluindo o 0. Referiremo-nos ao conjunto dos naturais sem o 0 (i.e. $\{1, 2, 3, \dots\}$) por \mathbb{N}^* .

Exercício 1 (Fundamentos da Computação) *Por definição, um algoritmo é um procedimento de resolução de problemas que devolve uma resposta sempre correcta a qualquer instância do problema pretendido em tempo finito. Confronte esta definição com a noção de problema semi-decidível. Após explicar as compatibilidades ou as incompatibilidades entre estas duas noções, diga (e explique) em particular se existe forma de resolver com um algoritmo um problema semi-decidível.* \square

Exercício 2 (Técnicas de Demonstração)

1. Defina em Ocaml o tipo indutivo 'a tertree das árvores ternárias polimórficas potencialmente vazias.
2. Qual é o princípio de indução que está associado a este tipo?
3. Defina por recursão estrutural (em OCaml) as três funções seguintes:
 - (a) A função altura que devolve a altura da árvore em argumento. Considere para esse efeito que a altura da árvore vazia é 0.
 - (b) A função nodos que devolve o número de nodos da árvore. Considere para esse efeito que o número de nodos da árvore vazia é 0.
 - (c) A função booleana completa que devolve verdade se a árvore em parâmetro é completa. Diz-se duma árvore que é completa se qualquer que seja o nodo da árvore considerada, a altura das árvores filhos deste nodo é igual. Um exemplo de árvore completa é dada na figura 1 (onde as folhas são árvores vazias).

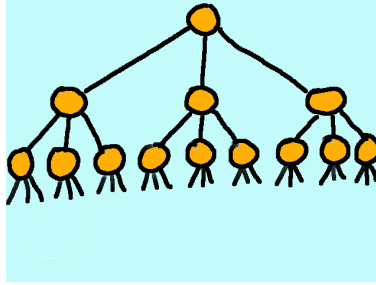


Figura 1: Uma árvore ternária completa.

4. Demonstre por indução estrutural que

$$\forall x \in ('a \text{ tertree}), ((\text{completo } x) = \text{true} \wedge x \neq \text{Vazio}) \Rightarrow (\text{nodos } x) = \sum_{i=1}^{(\text{altura } x)-1} 3^i$$

□

Exercício 3 (Expressões Regulares e Autômatos)

1. Defina uma expressão regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que codifique todas as palavras que contêm exactamente 2 ocorrências não contíguas da letra a .
2. Utilizando o algoritmo apresentado na disciplina, dê o autômato não determinista com transições ϵ que reconhece a linguagem do ponto anterior.
3. Dê um autômato determinista que reconheça esta mesma linguagem (sem obrigação da utilização de um algoritmo particular)
4. Que linguagem reconhece o autômato A_1 da figura 2?

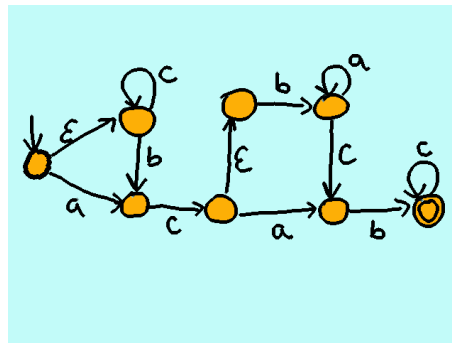


Figura 2: Autômato A_1

□