Universidade da Beira Interior

Programação Funcnional

Simão Melo de Sousa

Aula 3 - Introdução à programação OCaml

- conjunto de Mandelbrot
- desenhar curvas
- copiar um ficheiro
- inverter as linhas de um texto
- conversões de inteiros para uma base arbitrária
- conclusão. Quer saber mais?

Conjunto de Mandelbrot

noções por introduzir neste exemplo

- declarações de função
- funções recursivas
- funções de primeira classe, funções anónimas
- funções de ordem superior
- aplicação parcial
- fecho de funções
- recursividade terminal
- call-stack e chamadas terminais
- recursão vs. iteração

```
open Graphics

let width = 800
let height = 800
let k = 100

let norm2 x y = x *. x +. y *. y

let mandelbrot a b =
  let rec mandel_rec x y i =
    if i = k || norm2 x y > 4.
    then i = k
    else
      let x' = x *. x -. y *. y +. a in
      let y' = 2. *. x *. y +. b in
      mandel_rec x' y' (i + 1)
  in
  mandel_rec 0. 0. 0
```

```
let draw () =
 for w = 0 to width - 1 do
  for h = 0 to height - 1 do
    let a = 4. *. float w  /.  float width -. 2. in
    let b = 4. *. float h /.   float height -. 2. in
     if mandelbrot a b then plot w h
  done
 done

let () =
  let dim = Printf.sprintf " %dx%d"  width height in
  open_graph dim;
  draw ();
  ignore (read_key ())
```

o conjunto de Mandelbrot (link wikipédia aqui) define o conjunto dos pontos (a, b) do plano tais que nenhuma das duas sequências recursivas seguintes tende para o infinito (em valor absoluto)

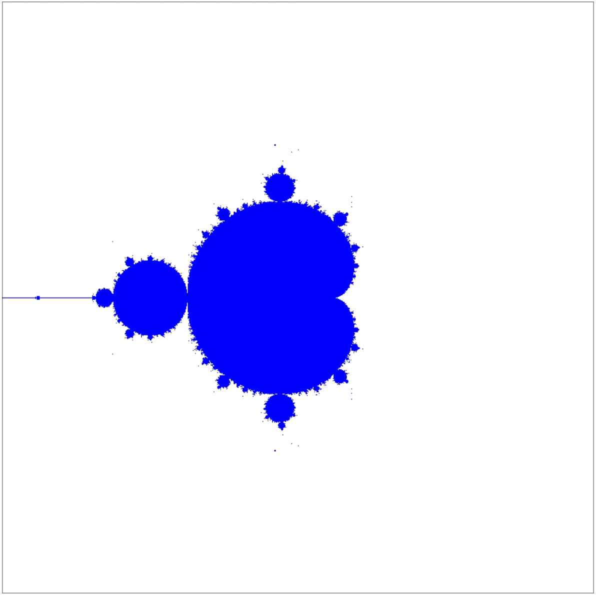
$$\begin{cases} x_0 & = & 0 \\ y_0 & = & 0 \\ x_{n+1} & = & x_n^2 - y_n^2 + a \\ y_{n+1} & = & 2x_n y_n + b \end{cases}$$

mesmo se não há métodos exactos para determinar esta condição, pode ser demonstrado que estas sequências tendem para o infinito logo que $x_n^2 + y_n^2 > 4$ assim

- os pontos do conjunto pertencem ao círculo centrado em $(0, 0)$ e de raio 2
- pode-se definir uma aproximação em que os pontos (a, b) são tais que $x_n^2 + y_n^2 \leq 4$ para os k primeiros termos desta sequência

a precisão desta aproximação depende de k

o resultado



```
open Graphics

let width = 800
let height = 800
let k = 100

let norm2 x y = x *. x +. y *. y
```

vamos usar o módulo Graphics

e definimos uma janela gráfica com as dimensões 800×800

definimos igualmente limite da nossa aproximação, propondo que k seja igual a 100

este k indica quantos valores da sequência pretendemos calcular

finalemente definimos uma função auxiliar *norm2* que permite o cálculo de $x^2 + y^2$

```
let mandelbrot a b =
  let rec mandel_rec x y i =
    if i = k || norm2 x y > 4.
    then i = k
    else
      let x' = x *. x -. y *. y +. a in
      let y' = 2. *. x *. y +. b in
      mandel_rec x' y' (i + 1)
  in
  mandel_rec 0. 0. 0
```

declaramos a função *mandelbrot* que aceita em parâmetro dois reais *a* e *b*

(desafio: como sabemos que são reais?)

esta função declara uma função recursiva local *mandel_rec* (construção `let-rec-in`)

as funções, como já sabemos, são como qualquer outro valor, podem ser declaradas localmente (como qualquer outra variável local)

```
let mandelbrot a b =
  let rec mandel_rec x y i =
    if i = k || norm2 x y > 4.
    then i = k
    else
      let x' = x *. x -. y *. y +. a in
      let y' = 2. *. x *. y +. b in
      mandel_rec x' y' (i + 1)
  in
  mandel_rec 0. 0. 0
```

na chamada à função *mandel_rec x y i*, os parâmetros x e y são os i-ésimos valor da sequência (i.e x_i e y_i)

o calculo em *mandel_rec* prossegue da seguinte forma: começamos por verificar se atingimos a k-ésima elemento da sequência ou se quebramos a condição de saída ($x_i^2 + y_i^2 > 4$)
se paramos, então enviamos o booleano que determina se o ponto está dentro ou fora do conjunto (o teste $i = k$)

```
let mandelbrot a b =
  let rec mandel_rec x y i =
    if i = k || norm2 x y > 4.  then i = k
    else  let x' = x *. x -. y *. y +. a in
          let y' = 2. *. x *. y +. b in
               mandel_rec x' y' (i + 1)
 in  mandel_rec 0. 0. 0
```

se a condição de paragem não é verificada, então calcula-se os valores seguintes da sequência (x' e y')

e recursivamente chamamos *mandel_rec* x' y' $(i+1)$ que tratará de testar o fim ou de calcular o ponto seguinte da sequência

note a utilização de a e de b (que não são passados em parâmetro): são visíveis via a função *mandelbrot*

a chamada inicial, o corpo de *mandelbrot*, é *mandel_rec* 0. 0. 0 (o valor inicial de x e de y e a indicação de que é a iteração 0)

```
let draw () =
 for w = 0 to width - 1 do
  for h = 0 to height - 1 do
    let a = 4. *. float w  /.  float width -. 2. in
    let b = 4. *. float h /.   float height -. 2. in
     if mandelbrot a b then plot w h
  done
 done
```

para desenhar cada ponto o conjunto (tendo em conta a precisão k) basta então varrer cada linha e cada coluna da janela gráfica e desenhar todos os píxeis (a, b) que são assinalados como *true* pela função *mandelbrot*

é o objectivo da função *draw*

a declaração `let draw () = ...` indica que se trata de uma função e que esta não precisa de argumento particular

as variáveis (contadores de ciclos) w e h permitam percorrer cada ponto da janela gráfica para desenhar o conjunto de Mandelbrot numa janela *width* $\times$ *height* para pontos (a, b) em $[-2, 2] \times [-2, 2]$, definimos duas variáveis locais a e b da forma

```
let a = 4. *. float w  /.  float width -. 2. in
let b = 4. *. float h /.   float height -. 2. in
```

se *mandelbrot a b* devolver *true* então este ponto pertence ao conjunto e podemos desenhá-lo (recorremos à função *plot*)

a função *plot x y* do módulo `Graphics` desenha o ponto (x, y)

```
  if mandelbrot a b then plot w h
```

```
let () =
  let dim = Printf.sprintf " %dx%d"  width height in
  open_graph dim;
  draw ();
  ignore (read_key ())
```

finalmente temos os ingredientes todos para desenhar o conjunto

definimos a dimensão *dim* da janela por abrir a custa da função `sprintf` que devolve uma string conforme o padrão dado em parâmetro

esta string é dada à função `open_graph`

invocamos depois a função `draw` e permitimos que o utilizador prima uma tecla para assinalar o fim da execução as funções podem ser globais ou locais, como qualquer outra declaração

```
# let f x = x + 1 ;;
val f : int -> int = <fun>
# f 5 ;;
- : int = 6
# let sqr x = x * x in sqr 3 + sqr 4 ;;
- : int = 25
```

em particular, como são expressões quaisquer, tem um valor, podem ser aninhadas em qualquer outra expressão e respeitam as habituais regras de porte

```
# (let sqr x = x * x in sqr 3) + sqr 4 ;;
Error: Unbound value sqr
Hint: Did you mean sqrt?
```

por omissão não são recursivas, pelo que é necessário indicá-las explicitamente com *rec*

```
# let fact x = if x = 0 then 1 else x * fact (x-1);;
Error: Unbound value fact
# let rec fact x = if x = 0 then 1 else x * fact (x-1);;
val fact : int -> int = <fun>
# fact 12 ;;
- : int = 479001600
```

este caso é um caso súbtil:

```
# let g x = x * 2;;
val g : int -> int = <fun>
# let g y = if y = 0 then 5 else 1 + g (y - 1);;
val g : int -> int = <fun>
# g 5 ;;
- : int = 9
```

não se engane, a segunda função *g* não é recursiva, **ela refere-se à função g anterior !!**
é uma situação possível e não um erro

é a razão pela qual é complicado o compilador adivinhar **sempre** a recursividade — é preciso o programador dar esta informação

```
# let rec g y = if y = 0 then 5 else 1 + g (y - 1);;
val g : int -> int = <fun>
# g 5;;
- : int = 10
```

na verdade, a sintaxe concreta para definir funções é introduzida pela palavra chave **function**

é a palavra chave OCaml para o λ do cálculo λ de que já falamos

```
function x -> x + 1
```

significa o valor que é uma **função que a um x associa $x+1$**

por isso é inferido que é uma função de inteiro para inteiro (porque a x é somado 1)

tal função é designada de **função anónima**

porque não tem nome: é realmente um valor... o valor **função sucessor**, assim

```
let succ x = x + 1
```

é exactamente equivalente (na verdade é acúcar sintático de...)

```
let succ = function x -> x +1
```

...sintacticamente igual a qualquer outra declaração de variável!!!

as funções anónimas representam a essência do que são funções

e, claro, podem ser aplicados a argumentos

```
# (function x -> x + 5) 10;;
- : int = 15
# (function x -> function y -> x * y);;
- : int -> int -> int = <fun>
# (function x -> function y -> x * y) 5 7;;
- : int = 35
```

a palavra chave `function` introduz funções com um só parâmetro

se pretendemos uma função binária (ou até mesmo *n*-ária), recorremos ao aninhamento da construção `function` múltiplos argumento via aninhamento de `function`: possível, mas pouco prático

daí a construção `fun` que é açúcar sintáctico para a composição sucessiva de `function`

```
# (function x -> function y -> function z -> function t -> x + y * z + t);;
- : int -> int -> int -> int -> int = <fun>
# fun x y z t -> x + y * z + t;;
- : int -> int -> int -> int -> int = <fun>
# (fun x y z t -> x + y * z + t) 2 3 4 5;;
- : int = 19
```

vamos mostrar a origem da notação dos tipos das funções (como em $int \rightarrow int \rightarrow int$), surpreendentemente a declaração

```
# (function x -> function y -> x * y) 5;;
- : int -> int = <fun>
```

não dá erro

até diz que é uma função de *int* para *int*!!

estudemos mais em detalhe este fenômeno:

```
# let f = (function x -> function y -> x * y) 5;;
val f : int -> int = <fun>
# f 7;;
- : int = 35
```

a função f é na verdade a função $function\ y \ \rightarrow\ x * y$ em que x foi instanciado por 5, ou seja

$$f \ \triangleq\ function\ y\ \rightarrow\ 5 * y$$

a explicação deste fenómeno está ligada, mais uma vez as famosas regras de ouro de OCaml, assim

```
function x -> function y -> x + y
```

é precisamente o **valor** seguinte:

a função que a x associa uma função *function* $y \;\rightarrow\; x + y$

onde *function* $y \;\rightarrow\; x + y$ é uma função que a um y associa o valor $x + y$

assim o tipo global é: $int \rightarrow (int \rightarrow int)$

esta função é uma função que tendo x **devolve uma função** (como valor de retorno)!!!

o que, se assumirmos a associatividade direita de $\rightarrow$, nos dá
$int \rightarrow int \rightarrow int$

Está explicada a notação do tipo das funções... faz sentido

OCaml, no momento da definição de uma função (digamos f), define (**calcula**) internamente o seu valor que será posteriormente sempre usado quando invocada

chamamos ao resultado deste calculo o **fecho da função f**
de forma resumida, o valor da função é calculada de forma a que este não dependa mais do ambiente onde foi criado, assim

```
let a = 5
let f x = x + 2 * a
```

atribuí à f a função que a x **associa o valor** $x + 10$ e não o valor $x + 2 * a$ em que a vale 5

vejamos uma consequência imediata

```
# let a = 5;;
val a : int = 5
# let f x = x + 2 * a ;;
val f : int -> int = <fun>
# f 3;;
- : int = 13
```

```
# let a = 10;;
val a : int = 10
# f 3;;
- : int = 13
```

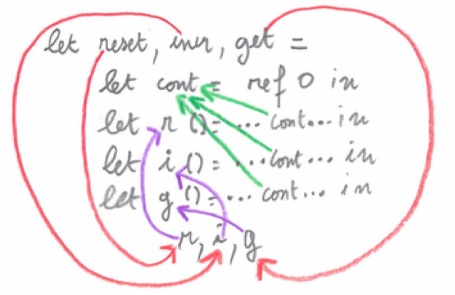
f não depende de a! copiou para o seu fecho todos os valores dos quais depende

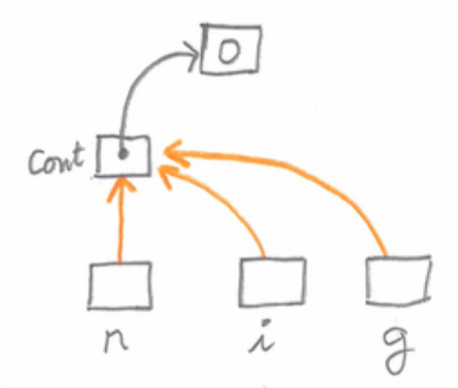
vamos estudar um uso interessante da noção de fecho

considere as seguintes definições OCaml

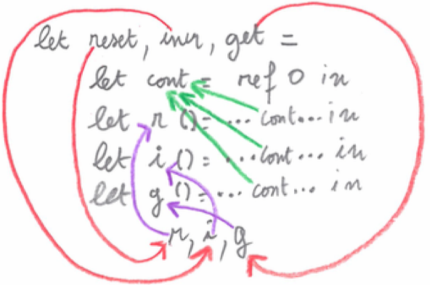
```
# let reset,incr,get =
     let cont = ref 0 in
     let r () = cont:= 0 in
     let i () = cont := !cont +1 in
     let g () = !cont in
        r,i,g;;
val reset : unit -> unit = <fun>
val incr : unit -> unit = <fun>
val get : unit -> int = <fun>
```

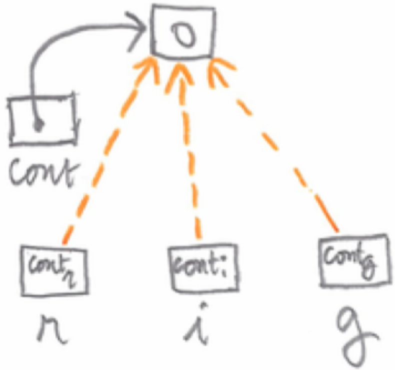
```
# !cont;;
Error: Unbound value cont
# get ();;
- : int = 0
# incr ();;
- : unit = ()
# get ();;
- : int = 1
# incr ();incr (); get ();;
- : int = 3
# reset (); get ();;
- : int = 0
```

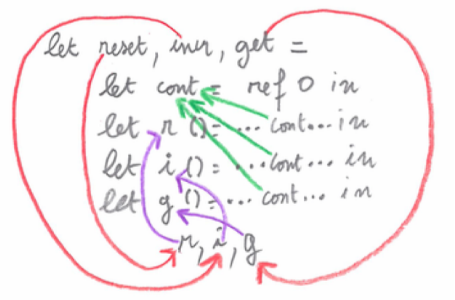

let reset, incr, get =
let cont = ref 0 in
let r () = ... cont... in
let i () = ... cont... in
let g () = ... cont... in
r, i, g

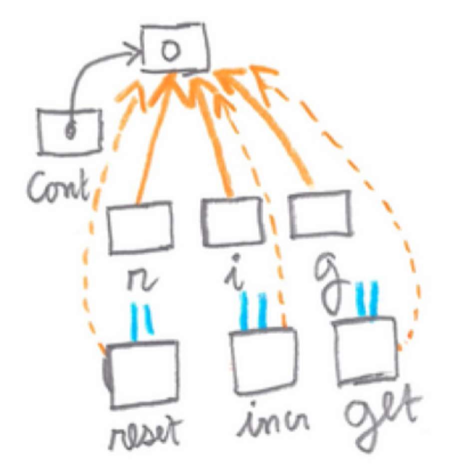

0
cont
r
i
g

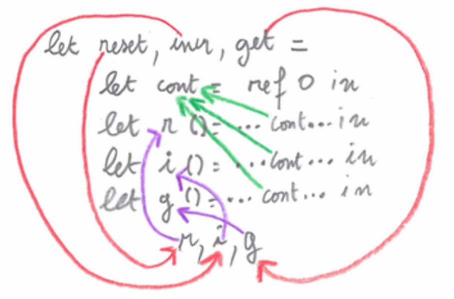
fechos, o que acontece?

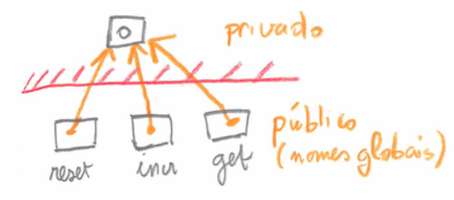





let reset, incr, get =
let cont = ref 0 in
let r () = ... cont... in
let i () = ... cont... in
let g () = ... cont... in
r, i, g


0
cont
r
i
g
reset
incr
get


let reset, incr, get =
let cont = ref 0 in
let r () = ... cont ... in
let i () = ... cont ... in
let g () = ... cont ... in
r, i, g


0
privado
reset
incr
get
público
(nomes globais)

esta técnica permite usar para o seu proveito o mecanismo do fecho das funções fornecendo um meio prático de encapsulamento de dados (a referência `cont` neste caso)

`cont`, `r`,`i` e `g` são variáveis locais

`cont`, em particular, é copiado nos fechos das funções locais (cada função tem uma referência a apontar para o valor apontado por `cont`)

por seu turno, as funções globais `reset`, `incr` e `get` são inicializadas com as funções identificadas localmente por `r`, `i` e `g`

o fecho desta funções globais contem assim uma cópia da referência `cont`

no fim da declaração das funções globais, os identificadores locais desaparecem

e assim o valor inteiro acessível por cont, **só o é daí em diante** por estas três funções globais vimos que as funções em OCaml podem naturalmente devolver funções, mas podem receber em parâmetro?

a resposta, sem surpresas, é sim... as funções são valores como quaisquer outros

vejamos alguns exemplos artificiais, mas simples e elucidativos

```
# let rec  func b n =
    if b then if n <= 1 then 1
              else (func true (n-1)) + (func true (n-2))
         else if n <= 0 then 1 else n * (func false (n-1));;
val func : bool -> int -> int = <fun>
# let misterio1 = func true;;
val misterio1 : int -> int = <fun>
# let misterio2 n = func false n;;
val misterio2 : int -> int = <fun>
```

o que são as funções *misterio*1 e *misterio*2? e essa?

```
# let what_function_is_this b = if b then (fun x -> 2 * x)
                                      else (fun y -> y * y);;
val what_function_is_this : bool -> int -> int = <fun>
```

um aproveitamento sintático interessante da avaliação parcial é o seguinte

```
# let f n m = n + 2 * m;;
val f : int -> int -> int = <fun>
# let g m = f 5 m;;
val g : int -> int = <fun>
```

podemos querer definir a função unária g como sendo a função binária f especializada para o valor 5 como primeiro argumento, ficando o segundo argumento proveniente do argumento de g

mas já que podemos devolver funções, podemos simplificar a definição directamente para

```
# let g = f 5;;
val g : int -> int = <fun>
```

g é a função que é devolvida por f 5

as duas variantes de g são absolutamente idênticas,
mas a segunda é **mais elegante**

em certas situações é prático poder definir várias funções cujas definições dependem umas das outras: são **funções mutuamente recursivas**

```
let rec f1 ... = ....f1...f2...
and f2  ... = ....f1...f2...
and ...
```

as f_i funções assim definidas podem referir-se umas as outras naturalmente

um exemplo: as sequências masculinas e femininas de Hofstadter

$$
\begin{array}{lcll}
F(0) & = & 1 & \\
M(0) & = & 0 & \\
F(n) & = & n - M(F(n-1)), & n > 0 \\
M(n) & = & n - F(M(n-1)), & n > 0
\end{array}
$$

```
let rec f = function
  | 0 -> 1
  | n -> n - m(f(n-1))
and m = function
  | 0 -> 0
  | n -> n - f(m(n-1))
```

observemos novamente a função factorial, mais particularmente a sua execução

```
let rec fact = function
  | 0 -> 1
  | n -> n * fact (n-1)
```

$$\begin{aligned}
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times \mathit{fact}\ 5\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times \mathit{fact}\ 4\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times \mathit{fact}\ 3\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \mathit{fact}\ 2\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times \mathit{fact}\ 1\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times \mathit{fact}\ 0\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 4 \times 6\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 5 \times 24\\
\mathit{fact}\ 6 &= 6 \times 120\\
\mathit{fact}\ 6 &= 720
\end{aligned}$$

efeito pirâmide e recursão

no computador, a mecânica de execução de tal função recursiva imita perfeitamente o efeito **pirâmide** que aqui presenciamos

este efeito tem lugar na **pilha de chamada** (***call stack***)

na pilha de chamadas são colocadas as funções e procedimentos em actual execução

cada função em execução tem ali toda a informação necessária a sua execução na máquina de suporte

assim

numa chamada de função temos sempre dois actores: quem chama a função (digamos g, designado de ***caller***) e a própria função chamada (digamos f, designada de ***callee***)

quando a execução está a processar g, este está no topo da pilha

quando g chama f, é alocado espaço na pilha de chamadas para o ambiente de execução de f

f executa-se, e g – que está na pilha a seguir a f, fica a espera que f termine, devolva o seu resultado e seja removido do topo da pilha, para prosseguir com a sua execução quando *fact* 6 é invocada

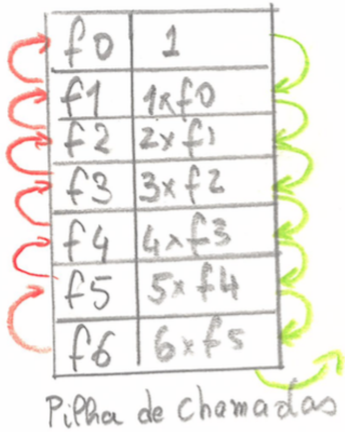
esta calcula $6 * \mathit{fact}\ 5$

a multiplicação só consegue ser calculada quando se souber o resultado de *fact* 5

fact 5 é invocado (empilhado na *call stack*)

esta calcula $5 * \mathit{fact}\ 4$

a multiplicação só consegue ser calculada quando se souber o resultado de *fact* 4, **etc.**



sem os devidos cuidados, uma função recursiva pode causar esse erro (excepção)

```
Stack overflow during evaluation (looping recursion?).
```

o número de chamadas recursivas causou um empilhamento num número demasiado grande na call stack (que apesar de ter um tamanho confortável, é limitado)

como a atual execução obriga a um uso abusivo da *call stack*, uma excepção é levantada

como é uma causa comum, o OCaml suspeita que possa ser uma recursão *infinita* mas haverá forma de evitar o efeito pirâmide na recursão?

a resposta é **sim**

a função `mandel_rec` é um exemplo de função recursiva sem este efeito: é dita **recursiva terminal**

para qualquer função recursiva (por extensão qualquer processo iterativo) existe uma função recursiva terminal equivalente

pode, no entanto, não ser fácil encontrar/definir tal função estudemos o exemplo da factorial

o efeito pirâmide tem origem na avaliação da chamada recursiva $i \times (i-1)!$
a multiplicação só pode ser calculada apos o calculo de $(i-1)!$, daí ser posta em espera enquanto se calcula esta última (e recursivamente...)

haverá forma de contornar a espera?

sim: **transpor os cálculos por fazer para os parâmetros da função** de forma a que cada cálculo possa ser realizado na **passagem de parâmetro**

```
let rec fact_fast n acc = if  n < 0 then invalid_arg ‘‘argumento negativo’’
                                    else  if n < 2 then acc
                                    else fact_fast (n-1) (acc * n)
let fact n = fact_fast n 1
```

```
fact 4 = fact_fast 4 1
       = fact_fast 3 4
       = fact_fast 2 12
       = fact_fast 1 24
       = 24
```

```
let rec fact_fast n acc = if  n < 0 then invalid_arg ‘‘argumento negativo’’
                                     else  if n < 2 then acc
                                     else fact_fast (n-1) (acc * n)
let fact n = fact_fast n 1
```

de notar que em cada chamada recursiva nenhum cálculo fica pendente: $n-1$ e $acc * n$ podem ser avaliados de imediato (todos os valores intermédios, 1, n e acc, são conhecidos)

de notar igualmente a semelhança desta função recursiva terminal com a versão iterativa

```
# let fact_iter n =
  let acc = ref 1 in
  for i = 1 to n do
     acc := !acc * i
  done; !acc;;
val fact_iter : int -> int = <fun>
# fact_iter 4;;
- : int = 24
```

de forma semelhante, apresentamos 3 versões da função fibonacci: a natural, iterativa e recursiva terminal

$$fib\ n \triangleq \begin{cases} 1 & se\ n = 0 \\ 1 & se\ n = 1 \\ fib(n-1)\ +\ fib(n-2) & se\ n > 1 \end{cases}$$

```
let rec fib = function
  | 0 -> 1
  | 1 -> 1
  | n -> fib (n-1) + fib (n-2)
```

```
let fib_iter n =
  if (n<0) then invalid_arg ‘‘negativo’’
  else
    if n < 2
    then  1
    else let a = ref 1
         and b = ref 1 in
         for num = 2 to n do
            let temp = !a in
            a := !a + !b;
            b := temp
         done;
         !a
```

```
let fib n =
  let rec fib_rec_term n a b =
    match n with
    | 0 | 1 -> a
    | _ -> fib_rec_term (n-1) (a+b) a
  in
  fib_rec_term n 1 1
```

como referido, a versão recursiva terminal tem semelhanças com a versão iterativa

Iteração vs. recursão - again

as funções recursivas terminais são **elegantes e muito eficientes**, tem performances semelhantes às versões iterativas

a compilação de funções recursivas terminais e das suas equivalentes iterativas **resultam no mesmo código de baixo nível**

compiladores podem até tirar proveito da recursividade terminal

mas então, que estilo preferir?

já abordamos esta questão no contexto da sequência, é uma questão de estilo de programação

embora a recursão, como já referido, tem a sua elegância própria e o seu suporte particular em OCaml

um bom programador sabe tirar proveito da recursividade terminal

a versão recursiva terminal da função fibonacci é bastante eficiente

é, por exemplo, tão eficiente computacionalmente quanto a versão com **memoização** (linear) mas mais eficiente em espaço (constante)

uma função (recursiva) f com **memoização** é uma função a que associamos um dicionário (e.g. vector, lista, tabela de hash, etc.) que arquiva para cada i o valor de $(f\ i)$ a medida que estes são calculados, para evitar novo cálculo mais adiante

a versão de fibonacci com memoização é linear em tempo e em memória

mas existe uma versão recursiva **logarítmica** (logo, **melhor ainda**) do calculo da sequência de fibonacci baseada no produto de matrizes (ver ficha de exercícios) resta-nos ver uma característica particular do suporte de OCaml às funções, via as funções anônimas, que nos permite caracterizar finalmente e totalmente as funções OCaml como

funções de ordem superior

se uma função pode retornar uma função, será que - por simetria - pode receber funções?

a resposta é sim, porque são valores como quaisquer outros

vamos introduzir e explicar este característica com base num exemplo simples pretende-se uma função que calcula a soma de 1 até 10

```
let soma () =
   let rec soma_aux i = if i > 10 then 0 else i + soma_aux (i+1)
   in soma_aux 1
```

de 1 até *n*?

```
let soma n =
   let rec soma_aux i n = if i > n then 0 else i + soma_aux (i+1) n
   in soma_aux 1 n
```

e recursiva terminal?

```
let soma n =
   let rec soma_aux i n acc =
            if i > n then acc
            else soma_aux (i+1) n (acc+i)
   in soma_aux 1 n  0
```

```
let soma n =
   let rec soma_aux i n acc = if i > n then acc
                              else soma_aux (i+1) n (acc+i)
   in soma_aux 1 n  0
```

e se no lugar da soma, pretendemos o produto (ou seja... a factorial)?

```
let produto n =
   let rec soma_aux i n acc = if i > n then acc
                              else soma_aux (i+1) n (acc * i)
   in produto_aux 1 n  1
```

como generalizar para qualquer operação? digamos *f* e partindo do valor *init*

```
let f_orio f init n =
  let rec f_aux f i n acc = if i > n then acc
                            else f_aux f (i+1) n (f acc i)
  in f_aux f 1 init n
```

```
# f_orio (+) 0 10;;
- : int = 55
# f_orio ( * ) 1 10;;
- : int = 3628800
```

```
# f_orio (fun a b -> a + 2 * b) 1 10;;
- : int = 111
```

Desenhar curvas

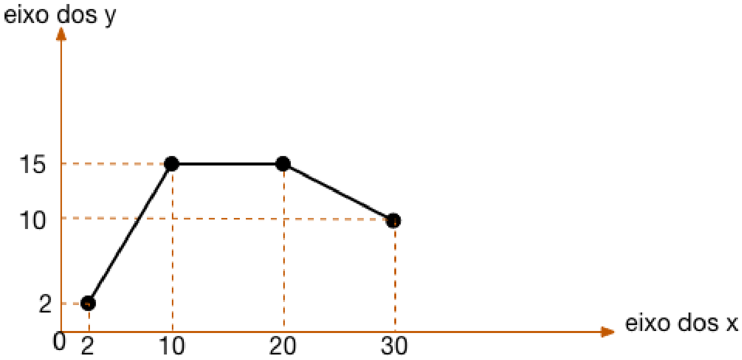
noções por introduzir neste exemplo

- pares, tuplos
- ordem de avaliação
- definições por filtro, motivo universal
- registos e campos mutáveis

o desafio, desta vez, é desenhar uma curva a partir de um conjunto de pontos lidos da entrada standard

cada ponto é dado pelas suas coordenadas inteiras, isto é, um par de inteiros

vamos usar para este propósito a capacidade de base do OCaml em lidar com tuplos para as coordenadas $(2, 2), (10, 15), (20, 15), (30, 10)$ a curva pretendida é a seguinte:



```
let n = read_int ()

let read_pair () =
  let x = read_int () in
  let y = read_int () in
  (x, y)

let data = Array.init n (fun i -> read_pair ())

let compare (x1, y1) (x2, y2) = x1 - x2
let () = Array.sort compare data

open Graphics

let () =
  open_graph " 200x200";
  set_line_width 3;
  let (x0,y0) = data.(0) in moveto x0 y0;
  for i = 1 to n-1 do
    let (x,y) = data.(i) in
    lineto x y
  done;
  ignore (read_key ())
```

```
let n = read_int ()

let read_pair () =
  let x = read_int () in
  let y = read_int () in
  (x, y)
```

a função `read_pair` tem por objectivo ler uma coordenada na forma de dois valores inteiros, a partir do stdin

em OCaml, valores podem ser agregados num só valor: um tuplo

assim o valor `(x,y)` é um par de inteiros, isto é: **um valor tuplo que é composto por dois valores inteiros** (tipo: int * int)
OCaml suporta naturalmente a definição e uso de qualquer tipo de tuplos

`(x,y,z,t)`, por exemplo, é um valor tuplo que agrega 4 valores

se x for inteiro, y char, z float e t booleano, então este valor tuplo tem por tipo: `int * char * float * bool`

```
let data = Array.init n (fun i -> read_pair ())
```

o identificador `data` é definido como o vector de pares inicializado com o recurso à função `Array.init` (à diferença do `Array.make` que já exploramos)

a função init permite criar um vector e inicializar individualmente cada célula do vector (com base no seu indice `i`)

literalmente, esta inicialização pode ser lida como:
data é um vector de tamanho n em que cada célula i (de 0 a $n-1$) é inicializada pela função `read_pair`

`Array.init` é uma função de ordem superior.

assim, se o vector é de tamanho 4 e que `Array.init 4 (fun i -> read_pair ())` é invocada,

a introdução da sequência de inteiros 20 15 2 2 30 10 10 15

origina o vector

(20,15)	(2,2)	(30,10)	(10,15)

```
let compare (x1, y1) (x2, y2) = x1 - x2
let () = Array.sort compare data
```

para desenhar a curva composta pelos pontos arquivados em `data` é preciso ordenar os pontos por ordem crescentes das abcissas
para tal, começamos pode definir uma função de comparação própria à ordenação que pretendemos, a função `compare`

os critérios de comparação para usar em ordenação devolvem um inteiro e seguem o seguinte padrão ao comparar digamos a com b

se $a = b$ então devolve 0
se $a < b$ então devolve -1 (valor negativo)
se $a > b$ então devolve 1 (valor positivo)

neste caso concreto, pretendemos ordenar pontos num plano com base na abcissa
para dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) basta saber o resultado de $x_1 - x_2$

aproveitamos o conhecimento de que os dois parâmetros de `compare` são pares e logo na declaração distinguir as suas componentes: é uma **declaração por filtro**

a ordenação do vector é feita `in-place` a custa da função `sort` que precisa de ser instrumentada pelo critério de comparação por usar: `compare`

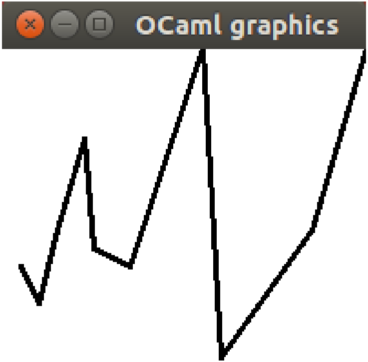
```
open Graphics

let () =
  open_graph " 200x200";
  set_line_width 3;
  let (x0,y0) = data.(0) in moveto x0 y0;
  for i = 1 to n-1 do
    let (x,y) = data.(i) in
    lineto x y
  done;
  ignore (read_key ())
```

o resto do programa prossegue sem surpresa

após abertura da janela gráfica, coloca-se o ponto activo na primeira coordenada (x_0, y_0) arquivada em *data*

daí em diante, para cada ponto (x_i, y_i) restante de `data` desenha-se um segmento de recta entre o ponto activo e este (com recurso à função `lineto`, que recoloca o ponto activo no seu argumento) input:

```
10
20
60
70
80
10
80
50
90
30
100
200
200
120
30
110
200
45
150
170
100
```



os tuplos são elementos de produtos cartesianos
agrupam assim valores de tipos possivelmente diferentes, mas em posições conhecidas/fixas

```
# ('a',8);;
- : char * int = ('a', 8)
```

é um par (tuplo de dois elementos) de um caractere e de um inteiro
mas é diferente de `(8,'a')` (de tipo `int*char`)
tuplos são expressões como qualquer outros, reduzem-se para valores e têm todos um tipo
podem assim ser aninhados ou definidos a custa de outras expressões
para o caso particular dos pares, existem funções de projecção predefinidas *fst* (*first*) e *snd* (*second*)

```
# fst ("ola"^" tudo bem", if 4 > 8 then 5=8 else true);;
- : string = "ola tudo bem"
# snd ("ola"^" tudo bem", if 4 > 8 then 5=8 else true);;
- : bool = true
# (1,('c',"ola"));;
- : int * (char * string) = (1, ('c', "ola"))
# ((1,'r'),("ola",3.14));;
- : (int * char) * (string * float) = ((1, 'r'), ("ola", 3.14))
```

a igualdade = é polimórfica, consegue lidar com a estrutura dos tuplos

mas só sabe comparar o que é comparável (i.e. objectos de mesmo tipo)

```
# ((1,'r'),("ola",3.14)) = ((1,'r'),("ola",3.14));;
- : bool = true
# let x = 1;;
val x : int = 1
# ((x,'r'),("ola",3.14)) = ((1,'r'),("ola",3.14));;
- : bool = true
# let r = (1,'r');;
val r : int * char = (1,'r')
# (r,("ola",3.14)) = ((1,'r'),("ola",3.14));;
- : bool = true
# ((1,'r'),("ola",3.14)) = ((1,'r'),(3.14,"ola"));;
                                       ^^^^
Error: This expression has type float but an expression was expected
of type  string
```

mostramos aqui alguns exemplos que demonstram como usar o mecanismo de filtro ao seu proveito no caso dos tuplos (e via a construção `let`)

```
# let (x,y,z)=((1,'r'),("tudo",(2,4)),("ola",3.14));;
val x : int * char = (1, 'r')
val y : string * (int * int) = ("tudo", (2, 4))
val z : string * float = ("ola", 3.14)
# let ((a,b),(c,d),z)=((1,'r'),("tudo",(2,4)),("ola",3.14));;
val a : int = 1
val b : char = 'r'
val c : string = "tudo"
val d : int * int = (2, 4)
val z : string * float = ("ola", 3.14)
# let ((a,b),_,(c,_))=((1,'r'),("tudo",(2,4)),("ola",3.14));;
val a : int = 1
val b : char = 'r'
val c : string = "ola"
```

de notar o uso do _ para representar o padrão "qualquer coisa"

complementos sobre tuplos e filtro

as construções por filtro são construções condicionais que se baseiam na forma que o argumento da construção tem

o argumento de decisão é assim **puramente sintático** (a *forma* do objeto): permite a decisão conforme a **estrutura** do argumento

o filtro é um mecanismo primitivo para o qual existem várias sintaxes (são na verdade todos *açucares sintácticos* do mecanismo de base)

basicamente o filtro resume-se informalmente numa sequência de: *se o argumento é desta forma então fazer aquilo* por exemplo

```
# let f = function
   | 0 -> 5
   | 1 -> 9
   | _ ->  4;;
val f : int -> int = <fun>
```

```
# let g x = let (a,b) = x in a+b
val g : int * int -> int = <fun>
```

ou

```
# let g  (a,b) =  a+b
val g : int * int -> int = <fun>
```

que se lê: seja f a função que tem um parâmetro tal que se este for 0 então o resultado é 5, se este for 1 então o resultado é 9 qualquer outro argumento inteiro devolve 4

```
let soma x y =  let (a,b) = x in
                let (c,d) = y in
                  (a+c,b+d)
```

```
let soma = fun (a,b) (c,d) -> (a+c,b+d)

let soma  (a,b) (c,d) = (a+c,b+d)
```

estas três versões equivalentes (de tipo $int * int \rightarrow int * int \rightarrow int * int$) usam variantes do mecanismo de filtro e introduzem todos uma função que soma dois pares de inteiros

ambas construções `let` e `fun` desestruturam os seus argumentos (`x` e `y`) nas diferentes formas em que esses podem tomar, aqui só uma é possível: o par (_, _)
`a,b,c,d` são **variáveis locais** que tomam os valores das componentes dos pares

podemos finalmente explicar melhor a construção `let` seguinte

```
let () = print_string "ola!\n"
```

```
let _ = print_string "ola!\n"
```

avalia-se o valor da expressão `print_string` e verifica-e que é igual ao valor `()` (o único possível do tipo `unit`): **é um filtro inequívoco**
asseguramos assim por tipagem que o resultado esperado é bem **()**
no segundo caso, simplesmente ignoramos o resultado (_ $=$ *qualquer coisa*)

em conclusão: a construção `let`, quando a expressão a esquerda do = não é um identificador, **é uma construção por filtro** em que o filtro é **inequívoco**

tendo ao nosso dispor tuplos, podemos escrever funções como

```
# let dupla_soma (x,y) = 2 * (x + y);;
val dupla_soma : int * int -> int
```

ou

```
# let dupla_soma x y = 2 * (x + y);;
val dupla_soma : int -> int -> int
```

qual a diferença?

na verdade, ambas implementam a mesma função

mas a primeira não permite avaliação parcial ao contrário da segunda

```
# dupla_soma (5,4);;
- : int = 18
# dupla_soma (5,_);;
Error: Syntax error: wildcard "_" not expected.
```

ou

```
# dupla_soma 5 4;;
- : int = 18
# dupla_soma 5;;
- : int -> int = <fun>
```

à esquerda, $(5, 4)$ é um valor, enquanto à direita 5 4 são dois valores, por isso podemos ter aplicação parcial
diz-se da segunda função que é a versão **curryficada** (em inglês: ***curryfied***, em referência à Haskell Curry) da primeira

em termos práticos, a versão curryficada é mais cómoda o tipo produto cartesiano permite a representação agregada de informação não homogênea (de tipos diferentes)

no entanto, pode ser cómodo dispor de nome para cada componente e de e respectivas funções de seleção/projecção

é o que as estruturas da linguagem C fornecem

OCaml tem para esse mesmo efeito registos: são tuplos em que cada componente tem um nome

à diferença dos tuplos que podem ser definidos e usados *on-the-fly*, é necessário introduzir previamente o tipo registo pretendido antes de poder definir e usar os seus elementos

```
# type date = {day : int; month : int; year : int};;
type date = { day : int; month : int; year : int; }
```

```
# type complex = {re:float; im:float};;
type complex = { re : float; im : float;}
```

vs.

```
#type complexo = float * float;;
type complexo = float * float
```

definição de registos

```
 # let c = {re=2.;im=3.};;
val c : complex = {re = 2.; im = 3.}
```

a ordem dos campos pouco importa, já que são referenciados pelo nome (nos tuplos, a ordem importa!)

```
#  let cc = {im=9.2;re=5.9};;
val cc : complex = {re = 5.9; im = 9.2}
```

a construção `with` permite facilitar a definição de registos (a partir de outros, aqui c)

```
# let d = {c with im = c.im +. 8.};;
val d : complex = {re = 2.; im = 11.}
```

note a sintaxe `c.im` que permite o aceso ao valor do campo `im` do registo c podemos definir uma função com base em argumentos de tipo registo, acedendo directamente aos diferentes campos pelo nome

```
# let add_complex c1 c2 =  {re = c1.re +. c2.re; im = c1.im  +. c2.im};;
```

o mecanismo de filtro pode também ser aqui usado

```
val add_complex : complex -> complex -> complex = <fun>
# let mult_complex c1 c2 =
    let {re=x1;im=y1} = c1 in
    let {re=x2;im=y2} = c2 in
       {re=x1*.x2-.y1*.y2 ; im=x1*.y2+.x2*.y1} ;;
val mult_complex : complex -> complex -> complex = <fun>
```

podemos usar estas funções tendo os complexos c e d definidos anteriormente

```
# add_complex c d;;
- : complex = {re = 4.; im = 14.}
# mult_complex c d;;
- : complex = {re = -29.; im = 28.}
```

os registos são, mais uma vez, como quaisquer outras expressões em OCaml

tem um valor, tem um tipo e são **imutáveis**

os seus campos também e estes são **imutáveis**

... por omissão, i.e. há uma excepção!!

o campo mutável

```
type conta = {dono : string; mutable  saldo : float}
```

campos mutáveis declaram-se com a palavra chave `mutable`

o acesso ao campo é identico ao caso habitual

```
type conta = {dono : string; mutable  saldo : float}

exception Operacao_Invalida

let create_account name = {dono=name; saldo=0.0}

let get_owner x = x.dono

let get_balance x = x.saldo
```

a alteração *in-place* do valor de um campo mutável faz-se pelo operador $\leftarrow$

```
let inc_account x v = x.saldo <- x.saldo +. v

let decr_account x v=
  if x.saldo -. v < 0.0
  then raise Operacao_Invalida
  else x.saldo  <- x.saldo -. v
```

Podemos finalmente revelar como as referências em OCaml são implementadas

```
type 'a ref = {mutable contents : 'a}

let ref x =   {contents = x}

let  (:=) r v =  r.contents <- v
```

onde uma declaração do estilo `let (ident) x y = ...` (onde ident é um identificador constituído exclusivamente de símbolos e não por caracteres) permite a definição de uma função **binária** mas como operador infixo (como a soma + por exemplo)

```
# type 'a variavel = {mutable conteudo : 'a};;
type 'a variavel = { mutable conteudo : 'a; }
# let aponta x = {conteudo = x};;        (* no lugar de ref *)
val aponta : 'a -> 'a variavel = <fun>
# let get r v = r.conteudo <- v;;
val get : 'a variavel -> 'a -> unit = <fun>
# let (<==) = get;;                       (*  no lugar de :=  *)
val ( <== ) : 'a variavel -> 'a -> unit = <fun>
# let a = aponta 6;;
val a : int variavel = {conteudo = 6}
# a <== 8;;
- : unit = ()
# a;;
- : int variavel = {conteudo = 8}
```

ordem de avaliação em tuplos e registos: armadilha!

voltamos à ordem de avaliação: não escreva programas que dependem dela!

a ordem de avaliação de componentes de tuplos ou de registos não está especificada nos documentos de referência de OCaml

confiar na ordem por omissão

```
# (read_int () , read_int ());;
4
6
- : int * int = (6, 4)
```

forçar a ordem de avaliação

```
# let x = read_int () in
  let y = read_int () in
  (x,y);;
4
6
- : int * int = (4, 6)
```

Copiar um ficheiro

noções por introduzir neste exemplo

- input/output
- canais
- excepções

o objectivo do programa seguinte é copiar o conteúdo de um ficheiro para outro

os ficheiros fonte e alvo são passados pela linha de comando

```
let copy_file f1 f2 =
  let c1 = open_in f1 in
  let c2 = open_out f2 in
  try
    while true do output_char c2 (input_char c1) done
  with End_of_file ->
    close_in c1; close_out c2

let () = copy_file Sys.argv.(1) Sys.argv.(2)
```

o processo de resolução é o seguinte:
abrir ambos os ficheiros; um em modo leitura (o ficheiro fonte) outro em modo escrita (o ficheiro alvo)

ler caractere por caractere o conteúdo do ficheiro fonte e escrevê-lo para o ficheiro alvo

```
let copy_file f1 f2 =
  let c1 = open_in f1 in
  let c2 = open_out f2 in ....
```

a representação programática de ficheiros em OCaml designa-se de **canal** (i.e. os ficheiros são canais em OCaml)

para abrir em leitura um ficheiro de nome "fich.txt" basta invocar `open_in "fich.txt"`, dizemos que abre um canal de leitura (`channel_in`)

`open_out` funciona da mesma forma, mas para o modo escrita (canal de escrita, `channel_out`)

```
# open_in;;
- : string -> in_channel = <fun>
# open_out;;
- : string -> out_channel = <fun>
```

```
...
  try
    while true do output_char c2 (input_char c1) done
  with End_of_file ->
    close_in c1; close_out c2

let () = copy_file Sys.argv.(1) Sys.argv.(2)
```

um caractere é lido de um canal de leitura com recurso à função `input_char`

um caractere é escrito para um canal de output com recurso à função `output_char`

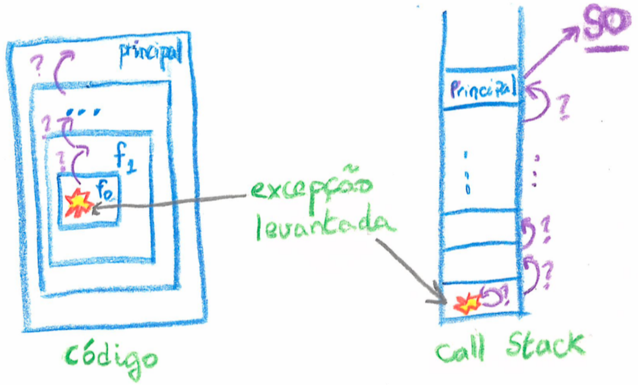
o ciclo `while true do...` garante este processo até não haver mais caracteres por tratar
não é um ciclo infinito, visto sabermos que os ficheiros, por maiores que sejam, têm um tamanho finito
(este estilo de programação com ciclos `while true` é classico em desenvolvimento de sistemas reactivos ou interactivos)

```
...
  try
    while true do output_char c2 (input_char c1) done
  with End_of_file ->
    close_in c1; close_out c2

let () = copy_file Sys.argv.(1) Sys.argv.(2)
```

quando a leitura esgotou o ficheiro, esta reconhece uma situação anómala à sua execução e **levanta uma excepção**: a excepção `End_of_file`

a execução é interrompida e cada bloco de expressão em execução e circundante é auscultado: este responsabiliza-se ou não pelo tratamento da excepção

a execução recomeça no primeiro bloco de expressão que, na ordem de aninhamento, trata da excepção
no ponto onde esta excepção é tratada



se a excepção não é tratada, o processo de recuperação esgota a sua exploração dos blocos em execução, termina a execução e devolve à mão ao sistema operativo

```
...
  try
    while true do output_char c2 (input_char c1) done
  with End_of_file ->
    close_in c1; close_out c2

let () = copy_file Sys.argv.(1) Sys.argv.(2)
```

Escolhemos aqui tratar da excepção no bloco que contém o ciclo `while true`

ou seja imediatamente junto do bloco que sabemos poder acionar esta excepção `input_char` lançará a excepção `End_of_file` (dentro do ciclo `while`) este não será capaz de tratar da excepção e deixará a execução na mão do bloco circundante : o bloco **try ... with**

esta construção tem precisamente por função a recuperação de excepções

aqui só pretendemos tratar da excepção `End_of_file` e caso seja essa que é apanhada neste local, o bloco prossegue com o fecho dos canais abertos (`close_in`, `close_out`)

terminamos o programa pela expressão que invoca a função principal com os argumentos provenientes da linha de comando excepções em OCaml são... valores como quaisquer outros

em particular, podemos definir, lançar (em particular as pre-definidas), recuperar excepções

definir: (nome da excepção, começa sempre por uma maiúscula)

```
exception Nome of  argumentos     (* ...of argumentos -> opcional *)
```

excepções predefinidas úteis: `End_of_file`, `Not_found`, `Invalid_argument`, `Failure`

a definição de novas excepções permite destacar situações excepcionais que pretendemos que sejam diagnosticadas e tratadas de forma destacada

lançar:

```
raise Nome                (* excepção sem argumentos*)
raise (Nome valores)      (* excepção com argumentos*)
```

funções predefinidas úteis: `(failwith msg)` e `(invalid_args msg)` (em que `msg` é a mensagem de erro que queremos associar ao evento detectado) recuperar:

```
try
  expressão
with
  | Exn_1 -> acção_1
  | ...
  | Exn_n -> acção_n
```

semântica: avalia-se a `expressão`;

- se esta não lançar ou não presenciar nenhuma excepção então a execução resume-se no calculo do valor desta expressão
- se uma excepção for lançada, interrompe-se o cálculo de `expressão` e **filtra**-se o valor da excepção com as excepções previstas. Ao primeiro padrão `exn_i` que corresponder, retomamos a execução regular com a avaliação de `acção_i`
- se nenhum padrão corresponder, passamos a excepção ao bloco circundante

deste ponto de vista, o `try-with` tem semelhanças com uma construção condicional, assim ...
o **tipo** desta expressão é o dos diferentes resultados possíveis: todas as ramificações devem devolver valores do mesmo tipo quer seja `expressão`, `acção_1` ... `acção_n`!

uma **excepção** = uma **situação excepcional** durante a execução que requer tratamento excepcional (fora do decorrer normal da execução)

dualidade entre quem **detecta** uma situação excepcional
e quem **trata** desta
a expressão que detecta uma situação excepcional é a função "*no terreno*" da execução

mas esta em geral não conhece a causa: só constata a anomalia, a consequência

quem conhece a causa é em geral a função que despoletou a avaliação/execução
exemplo: se a função `fibonacci` tentar calcular a sequência com um argumento negativo, está sabe que há um problema, por isso responsabiliza-se por lançar a excepção correspondente

mas não sabe a origem do argumento negativo

a função que tratou de recuperar o valor para o qual se pretende a sequência, sim, tem este conhecimento: é quem deverá recuperar a excepção

```
# exception Erro of (int*string);;
exception Erro of (int * string)
# let v = 5;;
val v : int = 5
# let e = if v > 10 then Erro (v,"mensagem de erro\n") else Erro (0,"Falha\n");;
val e : exn = Erro (0, "Falha\n")
# let f () =
   let x = read_int () in
   let y = read_int () in
    try
       let res = x / y in print_endline ("resultado = "^(string_of_int res))
    with Division_by_zero -> prerr_string "Cuidado!\n" ; raise e;;
val f : unit -> unit = <fun>
# try f () with Erro (i,msg) -> if i=0 then print_string msg;;
3
6
resultado = 0
- : unit = ()
#  try f () with Erro (i,msg) -> if i=0 then print_string msg;;
4
0
Falha
- : unit = ()
```

várias funções de escrita em canais de escrita

```
output_char : out_channel -> char -> unit
output_string : out_channel -> string -> unit
output_value : out_channel -> 'a  -> unit
```

destaca-se em particular a função `output_value` que *serializa* (em inglês: *Marshalling*) o seu parâmetro arbitrariamente complexo (i.e. transforma o valor num formato que possa ser escrito num ficheiro)   é uma função polimórfica (ver mais adiante)

esvaziar o buffer de escrita:

```
flush : out_channel -> unit
```

várias funções de leitura de canais de leitura

```
input_char : in_channel -> char
input_line : in_channel -> string
input_value : in_channel -> 'a
```

a função `input_value` lê um valor de tipo qualquer que se encontra *serializado* no canal de leitura (e.g escrito pela função `output_value`)

a função `fprintf` (do Módulo `Printf`) também permite a escrita em canais de escrita

```
# let cout = open_out ‘‘fich.data’’ in
  output_value cout (1,3.14,true);
  close_out cout;;
- : unit = ()
let cin = open_in ‘‘fich.data’’ in
let (a,b,c) : int * float * bool = input_value cin in c;;
- bool: true
```

a serialização é um processo muito sensível: **a tipagem** (ou a execução sem interrupções acidentais/abruptas) **está vinculada à boa utilização destas funções de serialização**...
se lê algo de serializado, tem de ter a certeza que o que lá está escrito tem a forma do que quer ler!

é por isso aconselhado que indique o tipo pretendido (excepcionalmente) do valor lido por `input_value`

está a usar o **lado negro** da força! caso erra:

```
segmentation fault
```

funcionamento geral do scanf (e as suas variantes):

```
scanf entrada formato processamento
```

entrada: de onde vamos retirar as leituras
formato: formato esperado das leituras
processamento: uma função que vai processar o que foi lido e extraído

- `bscanf`: entrada = um buffer de "scanning"(preferir esta função a fscanf)
- `sscanf`: entrada = uma string
- `scanf`: entrada é o stdin (por isso é omitida)
- `fscanf`: entrada = um canal de leitura

um aviso: ter cuidado com os processo de leitura que misturam as funções de tipo `read_int` com funções de tipo `scanf` (não vá o `scanf` deixar o `'\n'` ou outros caracteres para a leitura seguinte....)

```
let f1 a b = (a,b)
let f2 a b = (a+1, b/2)
let f3 a b = a*b
let rec fact_fast x a = if x <1 then a else fact_fast (x-1) (x*a)
let st = "ola 7 tudo bem 8"
```

```
(** ler dois inteiros de st e devolvê-los na forma de um par **)
# let v1 = sscanf st "ola %d tudo bem %d"  f1;;
val v1 : int * int = (7, 8)
(** ler dois inteiros "a" e "b" de st e devolver o par (a+1,b/2) **)
# let v2 = sscanf st "ola %d tudo bem %d" f2;;
val v2 : int * int = (8, 4)
(** ler dois inteiros "a" e "b" de st e devolver a*b **)
# let v3 = sscanf st "ola %d tudo bem %d" f3;;
val v3 : int = 56
# let x = sscanf "ola 5 tudo" "ola %d tudo" (fun a -> fact_fast a 1);;
val x : int = 120
```

uso clássico de `bscanf` (alternativa ao `scanf` *por considerar*)

```
  let fich = open_in ‘‘fich.txt’’ in
  let sb = Scanf.Scanning.from_channel fich in
  let x = Scanf.bscanf sb " %d" (fun a -> a) in ...
```

fora o uso de alternativas como o `bscanf`, quando é necessário misturar funções de leitura de tipos `scanf` com funções de tipo `read` **aconselha fortemente** o padrão programático seguinte que usa o `sscanf` combinado com `read_line`

```
...
   let st = readline () in
   let (a,b) = sscanf st " %d  %f" (fun x y -> (x,y)) in
   let c = read_int in
...
```

porquê? porque as funções de tipos `scanf` são predatórias e apropriam-se do canal de leitura em causa

logo, para as expressões de leitura `read` que seguem, não lhes restam aparentemente mais nada para consumir

em particular o canal para todos os efeitos atingiu o EOF

esta situação é um bug clássico! tenham cautela!

Inverter as linhas de um texto

inverter as linhas de um texto

noções por introduzir neste exemplo

- listas
- o filtro `match-with`

o objectivo deste exemplo é ler linhas de texto da entrada standard e mostrá-las na ordem contrária (da última à primeira)

para poder realizar tal operação, vamos ler e arquivar as linhas todas e só depois proceder a visualização

basta, para arquivar as diferentes linhas, recorrer a uma estrutura de dados contentora linear e sequencial: escolhemos aqui as listas

são, na linguagem C por exemplo, as listas ligadas

OCaml disponibiliza um tipo de dado predefinido: **'a list**

que se lê: tipo das listas cujos elementos são de tipo qualquer

o tipo `'a` significa: **incógnita de tipo** ou ainda **tipo por instanciar**

```
let lines = ref []

let () =
  try
    while true do lines := read_line () :: !lines done
  with End_of_file ->
    ()

let rec print l =
  match l with
  | []     -> ()
  | s :: r -> print_endline s; print r

let () = print !lines
```

as listas (ligadas) são oferecidas em OCaml de forma primitiva
os seus elementos têm duas formas possíveis:

a lista vazia (notação `[]`)

e a lista construida a partir de um elemento (a cabeça) e de uma outra lista (a cauda) (notação `e::l` em que `e` é o elemento em cabeça e `l` a lista na cauda)

temos aqui um exemplo de tipo que é definido de forma recursiva: uma lista é definida a partir de outra, no caso de não ser vazia

```
type 'a list = []
             | :: of   'a * 'a list
```

as listas são **imutáveis**, uma vez construídas, não se podem alterar

a imutabilidade manifesta-se também nas funções de manipulação de listas: não alteram a lista parâmetro, devolvem uma nova lista em resultado

por isso, desde que uma lista contenha um elemento de um determinado tipo (digamos X) então todos os outros elementos são de tipo X e a lista não pode ser de outo tipo que X *list*

```
type 'a list = []
             | :: of   'a * 'a list
```

nesta definição temos uma manifestação explícita do conceito de **polimorfismo**

por definição, desde que os seus elementos sejam todos do mesmo tipo — única imposição nesta definição — o tipo das listas abstrai-se do tipo dos seus elementos

dizemos que as listas são **polimórficas**

assim `'a` designa o tipo **abstrato** dos elementos

é uma **incógnita de tipo** que deverá, durtante a definição de uma lista ou de uma passagem de parâmetro **tomar por valor** o tipo dos elementos da lista em causa

1 :: (4 :: (6 :: []))

1 :: 4 :: 6 :: []

[1; 4; 6]

[]

1 :: []

x

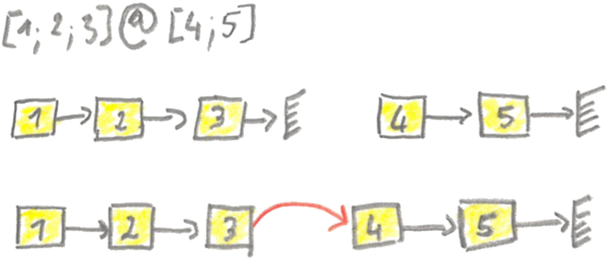
x

y :: z :: u :: t :: []

=

[y; z; u; t]

x :: [y; z; u; t]


[1; 2; 3] @ [4; 5]
1
2
3
4
5
1
2
3
4
5

```
# (@) ;;
- : 'a list -> 'a list -> 'a list = <fun>
# let f = (@) [1;2];;
val f : int list -> int list = <fun>
```

neste exemplo vemos que a função de concatenação **@** é polimórfica: concatena duas listas quaisquer, desde que os seus elementos sejam do mesmo tipo (a incógnita de tipo `'a` é partilhada)

na definição de *f*, aplicamos parcialmente a função @ dando lhe um dos seus dois parâmetros, uma lista de inteiros

neste caso, sabemos que `@` aguarda para o seu primeiro argumento uma lista de elementos de tipo incógnita `'a`, e é lhe fornecido uma lista de inteiros

ou seja sabemos instanciar a incógnita de tipo `'a` por `int`

como, em @, esta incógnita de tipo é partilhada com o tipo do segundo parâmetro, sabemos que este tem de ser igualmente de tipo `int list` ... como o resultado da função `f`

```
let lines = ref []
```

começamos por declarar uma referência para uma lista, inicializada para apontar para uma lista vazia

vejamos os tipos:

```
# let lines = ref [];;
val lines : '_a list ref = {contents = []}
# let linhas = ref ["ola"];;
val linhas : string list ref = {contents = ["ola"]}
```

realça-se que neste momento o tipo de `lines` é algo inédito: referência para uma lista de elementos de tipo ... `'_a`

esta situação é particular: o tipo dos elementos ainda não é conhecido, mas ao ser conhecido, fica definido para sempre (as listas não podem mudar o tipos dos seus elementos no decurso da sua utilização)

esta notação significa: o tipo dos elementos desta lista ainda não é conhecido, aguarda-se à primeira ocasião para fixar esta informação de forma definitiva

esta "*ocasião*" é quando se conhecer o primeiro elemento da lista

inverter as linhas de um texto

```
let () =
  try
    while true do lines := read_line () :: !lines done
  with End_of_file ->
    ()
```

as linhas de texto são lidas pela função `read_line` e colocadas à cabeça da lista apontada pela referência `lines`

quando a função de leitura de string falha (tenta ler mas não há mais linhas por ler) esta lança uma excepção `End_of_file` que quebra a execução do ciclo em que se encontra

no entanto a construção `try` apanha esta exceção e neste caso termina devolvendo `unit ()`

a referência `lines` aponta neste momento para a lista das linhas lidas **na ordem contrária**!

de facto fomos inserindo à cabeça (a última lida está a cabeça da lista)

```
 let rec print l =
  match l with
  | []      -> ()
  | s :: r -> print_endline s; print r

let () = print !lines
```

resta-nos imprimir os elementos da lista

para esse efeito definimos a função `print` cuja função é explorar a lista da esquerda para a direita e imprimir um a um os elementos desta

para tal a função é recursiva: imprimimos o elemento em cabeça da lista e em seguida vamos recursivamente imprimir os elementos da cauda socorremo-nos neste caso da construção `match ... with ....` cuja sintaxe genérica é a seguinte:

```
  match expressão with
| padrão_1 -> acção_1    (*a barra neste primero padrão é opcional*)
| padrão_2 -> acção_2
...
| padrão_n -> acção_n
```

é mais um operador de **filtro** (para além do `let` e do `function/fun`); mas é um operador *exclusivamente* dedicado ao filtro

descreve-se da seguinte forma: caso o **valor** da `expressão` tem a **forma** do `padrão_1` então devolver o valor da expressão `acção_1` se tiver a forma do `padrão_2` etc...

Nota relavante: a listagem dos padrões possíveis tem de ser **exaustiva** (**nenhum caso esquecido!**); em caso de **sobreposição** (dois ou mais padrões possíveis), o primeiro deles na ordem em que aparece será escolhido
todas as acções devem devolver resultados do mesmo tipo: os match são expressões como quaisquer outras; por isso tem igualmente um tipo e todas as acções do match devem devolver **valores do mesmo tipo**

a construção match é muito expressiva e particularmente prática: podemos aninhá-las, mas os padrões também!

a título de exemplo vejamos como escrever (variações de) uma função que verifica se o seu parâmetro lista `l` tem *exactamente* dois elementos

```
let has_two_elements l =
   match l with
    [] -> false (*|l| = 0*)
   | el::li -> match li with
                 [] -> false (*|l|=1*)
               | el2 :: lli ->
                   match lli with
                      [] -> true (* |l| = 2 *)
                    | el3 :: _ -> false (* |l| > 2*)

(** mais simples ainda **)
let has_two_elements l =
   match l with
    [] -> false
   | el1::el2::[] -> true
   | _ -> false
```

```
(** mais simples ainda **)
let has_two_elements l =
   match l with
    [] -> false
   | [el1;el2] -> true
   | _ -> false


(** mais simples ainda **)
let has_two_elements l =
   match l with
   | [el1;el2] -> true
   | _ -> false
```

versão recursiva sem referências e com iterador

```
let rec leitura l =
  try      leitura (read_line () :: l)
  with End_of_file -> l

let () = List.iter print_endline (leitura [])
```

para terminar este exemplo vamos introduzir algumas funções e factos sobre listas

```
# 1::2::3::4::[];;
- : int list = [1; 2; 3; 4]
# [1;2;3;4];;
- : int list = [1; 2; 3; 4]
# 1::'2'::3::4::[];;
     ^^^
Error: This expression has type char but an expression was expected of type
         int
# List.length [1;2;3;4;5;6;7;8;8;8;8;8;8];;
- : int = 13
# List.append [1;2;3;4;5;6] [7;8;9;10];;
- : int list = [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10]
# [1;2;3;4;5;6]@[7;8;9;10];;
- : int list = [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10]
# List.sort (fun a b -> compare b a) [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10];;
- : int list = [10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2; 1]
# List.iter (Printf.printf - %d -") [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10];;
- 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - : unit = ()
```

Conversões de inteiros para uma base arbitrária

conversões de inteiros para uma base arbitrária

noções por introduzir neste exemplo

- iteradores e ordem superior
- polimorfismo, novamente
- função `exit`

conversões de inteiros para uma base arbitrária

o objectivo é converter inteiros escritos em base B $(2 \leq B \leq 36)$ para a base 10

a base considerada é dada pela linha de comando e os valores numéricos por traduzir são lidos da entrada standard (até encontrar o caracter de fim de ficheiro)

para cada valor numérico lido, o valor em base 10 é mostrado

```
> radix 16
A0
 -> 160
AAAAA1
 -> 11184801
FFFFF
 -> 1048575
1F1F1F
 -> 2039583
```

```
> radix 36
LOGICA
 -> 1310870746
OCAML
 -> 40884429
ZEBRA
 -> 59454982
```

```
let base = int_of_string Sys.argv.(1)

let list_of_string s =
  let digits = ref [] in
  for i = 0 to String.length s - 1 do
    digits := s.[i] :: !digits
  done;
  !digits

let digit_of_char c =
  match c with
    | '0'..'9' -> Char.code c - Char.code '0'
    | 'A'..'Z' -> 10 + Char.code c - Char.code 'A'
    | c -> Printf.eprintf "invalid character %c\n" c; exit 1
```

```
let check_digit d =
  if d < 0 || d >= base then begin
    Printf.eprintf "invalid digit %d\n" d; exit 1
  end

let () =
  while true do
    let s = read_line () in
    let cl = list_of_string s in
    let dl = List.map digit_of_char cl in
    List.iter check_digit dl;
    let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
    Printf.printf " -> %d\n" v
  done
```

```
let base = int_of_string Sys.argv.(1)

let list_of_string s =
  let digits = ref [] in
  for i = 0 to String.length s - 1 do
    digits := s.[i] :: !digits
  done;
  !digits
```

nesta parte inicial da solução, obtemos a base do inteiro por traduzir a partir da linha de comando

como este é lido do argv, é obtido como uma sting que depois transformamos para inteiro

esta definição e inicialização da variável base pode despoletar uma exceção caso a opção na linha de comando não seja um inteiro

conversões de inteiros para uma base arbitrária

```
let base = int_of_string Sys.argv.(1)

let list_of_string s =
  let digits = ref [] in
  for i = 0 to String.length s - 1 do
    digits := s.[i] :: !digits
  done;
  !digits
```

`list_of_string` tem por função traduzir uma string numa lista de caracteres

esta é construída com base numa referência para uma lista e num processo iterativo

varemos a string da posição 0 até ao último caracter (posição `String.length s - 1`), cada caracter lido de `s` é colocado na lista apontada por `digit` (`digits := s.[i] :: !digits`)

no fim, devolvemos a lista apontada por `digit`

notemos que este processo permite ter os dígitos de peso mais fracos nas primeiras posições da lista devolvida (o digito mais a direita do valor numérico original está na primeira posição na lista)

```
let digit_of_char c =
  match c with
    | '0'..'9' -> Char.code c - Char.code '0'
    | 'A'..'Z' -> 10 + Char.code c - Char.code 'A'
    | c -> Printf.eprintf "invalid character %c\n" c; exit 1
```

esta função trata de traduzir um dígito em base B para o seu valor em base 10

este dígito está na forma de um caracter c
se este for um dígito ('0'$\leq$ c $\leq$ '9') então transforma-se c no inteiro correspondente (a diferença entre o código ascii de c com o código ascii de '0')

se for uma caracter entre 'A' e 'Z' então associa-se o valor resultante da sua posição alfabética relativamente a 'A', mais 10 ('A' vale 10, 'B', 11, etc., 'Z' vale 36)

qualquer outro caracter é considerado inválido e procedemos à interrupção do programa e devolvemos a mão ao processo pai com o código de retorno 1 (que, nos Sistemas Operativos tipo Linux, significa erro): `exit 1`

```
let check_digit d =
  if d < 0 || d >= base then begin
    Printf.eprintf "invalid digit %d\n" d; exit 1
  end
```

esta função utilitária testa se um dígito d está numa base compatível com os requisitos (de 0 até a $base - 1$)

```
let () =
  while true do
    let s = read_line () in
    let cl = list_of_string s in
    let dl = List.map digit_of_char cl in
    let () = List.iter check_digit dl in
    let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
    Printf.printf " -> %d\n" v
  done
```

a componente principal do programa é um procedimento reactivo: opera enquanto puder (até ser levantado uma excepção)
para cada string `s` lida, calculamos a lista de caracteres `cl` que lhe corresponde

calculamos a seguir a lista `dl` da tradução dos caracteres em valores inteiros com recurso à função map e à função digit_of_char, assim

map digit_of_char ['A';'B';'5'] = [digit_of_char 'A'; digit_of_char 'B'; digit_of_char '5'] = [10;11;5]

```
...
    let () = List.iter check_digit dl in
    let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
    Printf.printf " -> %d\n" v
  done
```

para perceber se todos os valores resultantes estão na gama certa (entre 0 e $B - 1$)

aplicamos a função `check_digit` sobre todos os elementos de `dl`

se algum deles não respeitar o teste da função `check_digit`, e execução é interrompida, é devolvido () no caso contrário

esta verificação é feita com base no iterador iter que aplica uma função que produz um efeito lateral sobre todos os elementos de uma lista da esquerda para a direita

iter check_digit [10;11;5] = check_digit 10; check_digit 11; check_digit 5

```
...
    let () = List.iter check_digit dl in
    let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
    Printf.printf " -> %d\n" v
  done
```

finalmente calculamos o valor em base 10 correspondente e mostrámo-lo na saída standard

recordemos que `dl` é da forma $[d_0; d_1; d_2; \cdots ; d_{n-1}]$ (d_0 sendo o algarismo de menor peso, o mais a direita na posição original)

este cálculo é feito com base na expressão

$$\Sigma_{i=0}^{n-1} d_i \times base^i$$

usamos para esse efeito o método de Horner para minimizar o curso das operações por realizar no calculo do polinómio subjacente

$$d_0 + base \times (d_1 + base \times (\ldots (d_{n-1} + base \times 0)) \ldots))$$

```
...
    let () = List.iter check_digit dl in
    let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
    Printf.printf " -> %d\n" v
  done
```

$$d_0 + base \times (d_1 + base \times (\ldots(d_{n-1} + base \times 0))\ldots))$$

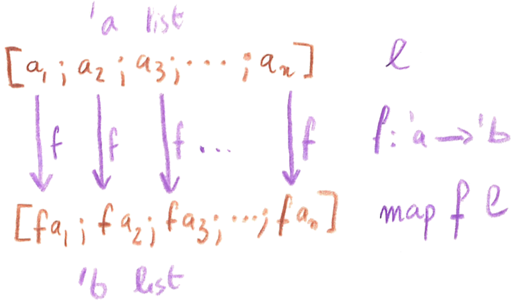
este cálculo pode ser realizado sobre dl com recurso ao iterador `fold_right`

fold_right f [a;b;c] init = f a (f (b (f c init)))

como vemos o segundo argumento de f é um acumulador cujo valor inicial é `init` e aplicado originalmente em conjunto com o ultimo elemento da lista: o processo percorre a lista da direita para esquerda

para a função `f`, basta aqui considerar `(fun d acc -> d + base * acc)`, e o valor inicial do acumulador é 0

```
let base = int_of_string Sys.argv.(1)

let list_of_string s =   (* convert é recursiva terminal *)
 let rec convert s i fin l = if i > fin then l else convert s (i+1) fin (s.[i]::l)
 in convert s 0 (String.length s - 1) []

let digit_of_char c =  match c with
    | '0'..'9' -> Char.code c - Char.code '0'
    | 'A'..'Z' -> 10 + Char.code c - Char.code 'A'
    | c -> Printf.eprintf "invalid character %c\n" c; exit 1

let check_digit d =
  if d < 0 || d >= base then  (Printf.eprintf "invalid digit %d\n" d; exit 1)

let rec main () =
 try     let cl = list_of_string  (read_line ()) in
         let dl = List.map digit_of_char cl in
         let () = List.iter check_digit dl in
         let v = List.fold_right (fun d acc -> d + base * acc) dl 0 in
         let () = Printf.printf " -> %d\n" v in
              main ()
 with _ -> () (* em caso de erro, saímos silenciosamente*)

let _ =  main ()
```




```
# map (fun x -> x + 5) [1;2;3;4];; (* a lista dos valores mais 5*)
- : int list = [6; 7; 8; 9]
# map Char.code ['1';'a';'z';'Z'];; (* a lista dos códigos ASCII *)
- : int list = [49; 97; 122; 90]
# map Char.chr [49; 97; 122; 90];; (* a inversa *)
- : char list = ['1'; 'a'; 'z'; 'Z']
# map (fun x -> x > 10) [1;2;34;7;21];; (* a lista dos booleanos que
correspondem ao teste *)
- : bool list = [false; false; true; false; true]
```

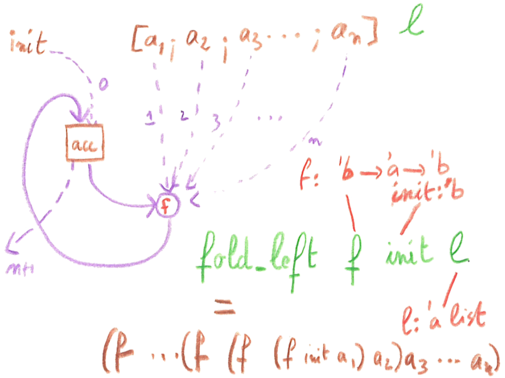
complementos sobre listas e iteradores

$l = [a_1; a_2; \dots ; a_n]$ 'a list

$\text{forall } p \ l = (p\ a_1) \wedge (p\ a_2) \wedge \dots \wedge (p\ a_n)$

'a -> bool 'a list

```
# for_all (fun x -> x > 10) [1;2;34;7;21];;  (*todos eles? *)
- : bool = false
# exists (fun x -> x > 10) [1;2;34;7;21];;  (* pelo menos um? *)
- : bool = true
# find (fun x -> x > 10) [1;2;34;7;21];;  (* qual? (o primeiro)*)
- : int = 34
# partition (fun x -> x > 10) [1;2;34;7;21];; (* reparte *)
- : int list * int list = ([34; 21], [1; 2; 7])
```




```
# fold_left (+) 0 [3;4;5;6;7];; (* soma dos elementos *)
- : int = 25
# fold_left ( * ) 1 [3;4;5;6;7];; (* produto dos elementos*)
- : int = 2520
# fold_left (fun a b -> a + 2*b) 0 [3;4;5;6;7];;
- : int = 50
```

o `fold_left` implementa este processo/algoritmo

```
let rec fold_left (f:'a->'b->'a) (v:'a) (l:'b list)=
      match l with
        [] -> v
      | el::li -> fold_left f (f v el) li
```

a título de exemplo:

a própria função `map` pode ser escrita a custa do `fold_left` e da função `rev`

```
let map f l = fold_left (fun a x -> f x :: a) [] (rev l)
```

e o `for_all` também

```
let for_all p l = fold_left (fun b x -> b && p x) true l
```

as listas associativas são uma forma cómoda de ter dicionários *on-the-fly*

a ideia é ver um par `(x,y)` como sendo a agregação entre chave `x` e conteúdo `y` uma lista destes pares é assim simplesmente o dicionário com as associações até a data conhecida

juntamos informação com base na função `::` e as procuras com base na função `assoc`

```
# let l = [(1,'a'); (4,'r'); (3,'n')];; (* um dicionário predefinido*)
val l : (int * char) list = [(1, 'a'); (4, 'r'); (3, 'n')]
# List.assoc 4 l;; (* valor associado à chave 4? *))
- : char = 'r'
# List.assoc 5 l;; (*para 5?, não existe... *)
Exception: Not_found.
# let l1 = (5,'p')::l;;      (* juntar um elemento faz-se por :: *)
val l1 : (int * char) list = [(5, 'p'); (1, 'a'); (4, 'r'); (3, 'n')]
# let l2 = (1,'g')::l1;; (* juntamos mais um par *)
val l2 : (int * char) list = [(1, 'g'); (5, 'p'); (1, 'a'); (4, 'r'); (3, 'n')]
# List.assoc 5 l2;;
- : char = 'p'
# List.assoc 1 l2;; (* na procura, em caso de chaves duplicadas, é
sempre a primeira que é considerada *)
- : char = 'g'
```

Conclusão. Quer saber mais?

As aulas de introdução à programação OCaml apresentadas nesta UC baseam-se em duas fontes essenciais:

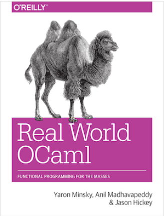
- **Apprendre à Programmer avec OCaml**

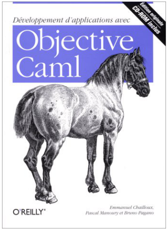
  a **fonte** deste curso!

  Tradução para português disponível!

- Mini-curso **Introdução à Programação Funcional em OCaml** Simão Melo de Sousa (link)

Adicionalmente ou alternativamente, as referências seguintes introduzem OCaml de forma completa:





- **Real World OCaml**
- curso online: Introduction to Functional Programming in OCaml (link)

  (a aula de introdução é um espelho da aula 0 deste curso)
- **Developing Applications with Objective Caml** (pdf/html online aqui)