

# Lógica Computacional

LEI, 2014/2015

DI-UBI

Aula Prática 18

Manipulação de variáveis em termos e fórmulas.

1. Calcule os conjuntos das variáveis livre e mudas dos seguintes termos.
  - (a)  $Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$ .
  - (b)  $Q(x) \wedge (\forall x(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$ .
  - (c)  $Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(y))))$ .
  - (d)  $\forall x(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(x)))$ .
  - (e)  $\forall y(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(x)))$ .
  - (f)  $\forall x(Q(x, y) \rightarrow \exists zM(z, s(y)))$ .
2. Se cada termo em baixo for livre em dada fórmula para a variável referida, encontre a nova fórmula que resulta da substituição dessa variável por esse termo.
  - (a) Seja  $\varphi = Q(x) \wedge (\forall y(Q(y) \rightarrow M(z, s(x))))$ , e
    - i.  $t = q(x)$ , sendo a variável  $x$ .
    - ii.  $t = q(x)$ , sendo a variável  $y$ .
    - iii.  $t = q(y)$ , sendo a variável  $x$ .
    - iv.  $t = q(z)$ , sendo a variável  $x$ .
  - (b) Seja  $\varphi = \forall x(Q(x) \rightarrow \forall z M(z, s(y)))$ , e
    - i.  $t = q(z)$ , sendo a variável  $y$ .
    - ii.  $t = q(z)$ , sendo a variável  $z$ .
3. Prove os seguintes resultados.
  - (a) Se  $\varphi$  é uma fórmula fechada, então para qualquer termo  $t$  e variável  $x$  tem-se que  $\varphi\{t/x\} = \varphi$ .
  - (b) O termo  $x$  é livre para  $x$  em qualquer fórmula.
  - (c) Se para dado termo  $t$  se tem que  $V(t) = \emptyset$ , então  $t$  é livre para qualquer variável em qualquer fórmula.