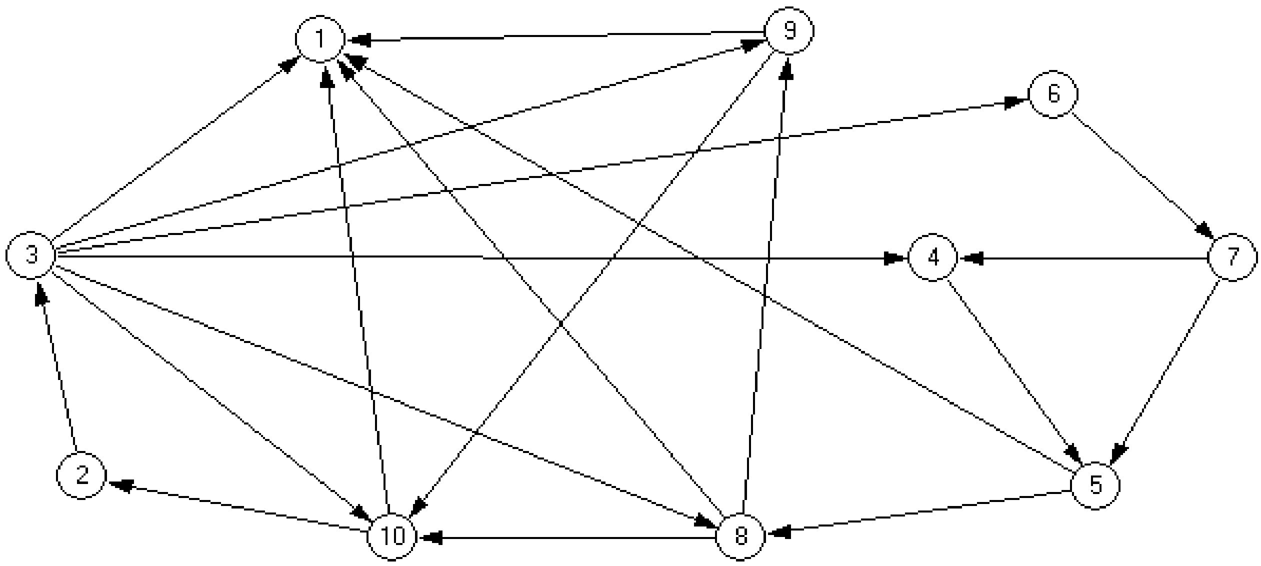
Pesquisa em grafos

A. Considere o seguinte grafo orientado/dirigido, com 10 vértices e 20 arestas:



1. Construir a **matriz de Adjacência** para este grafo.

2. Construir as **listas de Adjacência** para este grafo.

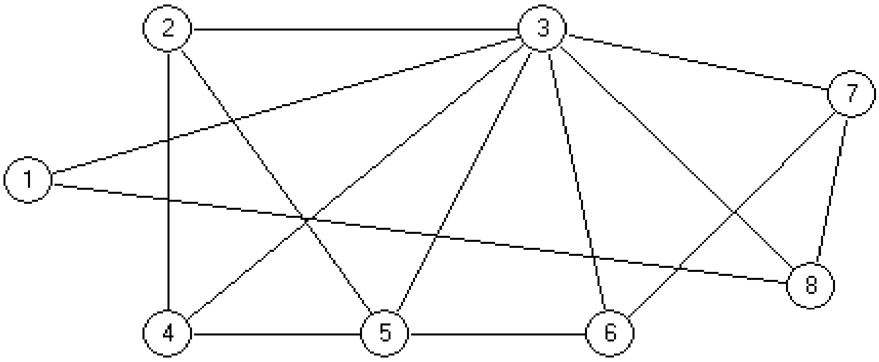
3. Determine graficamente a **árvore de pesquisa em largura** do grafo, considerando como **vértice de partida** o vértice **3** (**S = 3**). Simule o algoritmo estudado na aulas teóricas.

4. Implemente uma função em C que traduza o algoritmo de **Pesquisa em Largura Primeiro** (**BFS**), usando **listas de adjacência** para representar computacionalmente o grafo (seguir apontamentos da aula teórica). O vértice de partida deve ser parâmetro da função.

5. Executando a função anterior para o vértice de partida 3 (S = 3), determine a **árvore de pesquisa em largura** do grafo dado. Verificar se é a mesma da determinada em 3 (atenção que pode ser diferente).

6. Determine computacionalmente as **árvores de pesquisa em largura** considerando outros vértices como vértices de partida.

B. Considere o seguinte grafo não orientado/dirigido, com 8 vértices e 14 arestas:



1. Construir a **matriz de Adjacência** para este grafo.

2. Construir as **listas de Adjacência** para este grafo.

3. Determinar graficamente a **árvore de pesquisa em profundidade** do grafo dado, considerando como o vértice de partida vértice 1 (**S = 1**). Simule o algoritmo estudado na aulas teóricas.

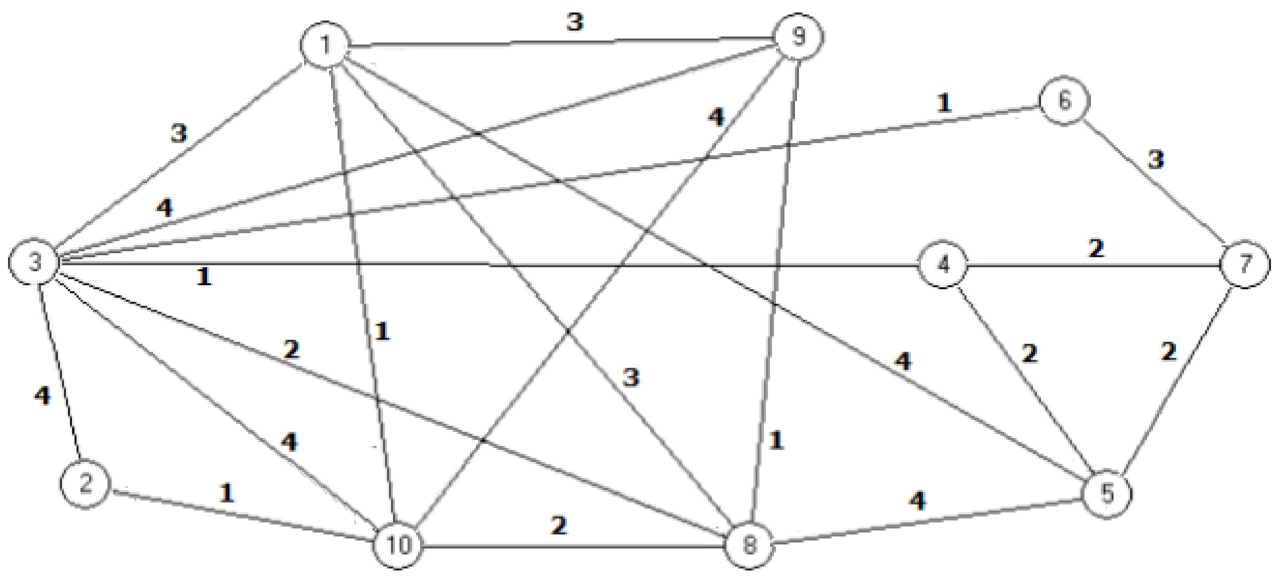
4. Implementar uma função em C que traduza o algoritmo de Pesquisa em Profundidade Primeiro (CDFS e DFS), usando a **matriz de adjacência** para representar computacionalmente o grafo (seguir apontamentos da aula teórica). O vértice de partida deve ser parâmetro da função.

5. Executando a função anterior para o vértice de partida 1 (S = 1), determine a **árvore de pesquisa em profundidade** do grafo dado. Verificar se é a mesma da determinada em 9 (atenção que pode ser diferente).

6. Determine computacionalmente as **árvores de pesquisa em profundidade** considerando outros vértices como vértices de partida.

Problema da Árvore Abrangente Mínima

A. Considere a seguinte rede com 10 nós e 20 arcos:

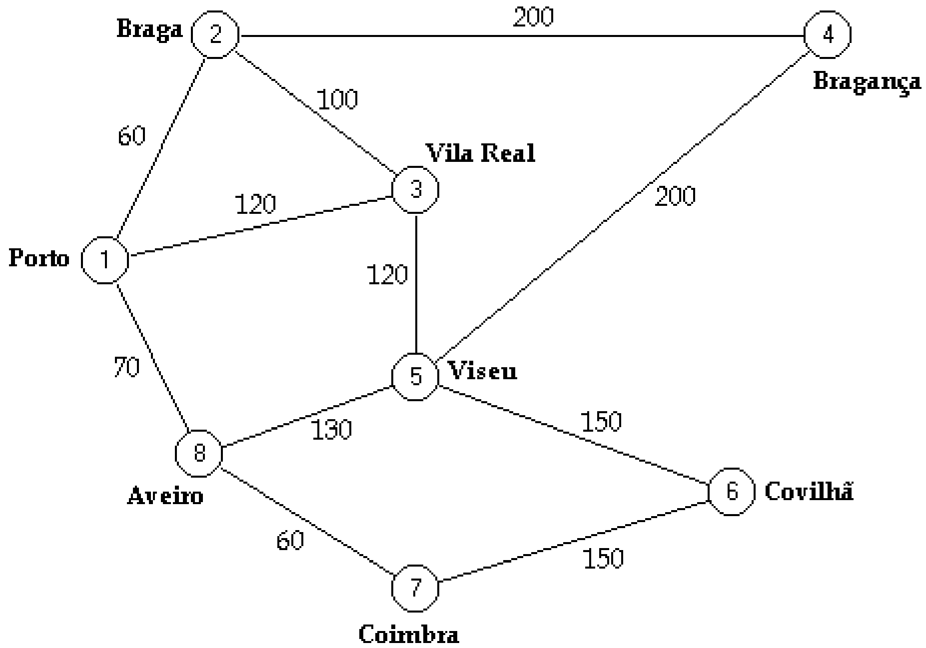


1. Construir as **listas de Adjacência** para esta rede (considerar os custos dos arcos).

2. Determinar graficamente a **Árvore Abrangente Mínima** da rede dada com raiz no nó 3, aplicando o algoritmo de PRIM estudado na aulas teóricas.

B. Uma companhia sediada no Porto pretende estabelecer o plano mais económico para as deslocações dos seus vendedores às cidades onde existem representantes dos seus produtos.

A rede seguinte representa um mapa simplificado da região em que os nós representam as cidades e os arcos representam as ligações possíveis.



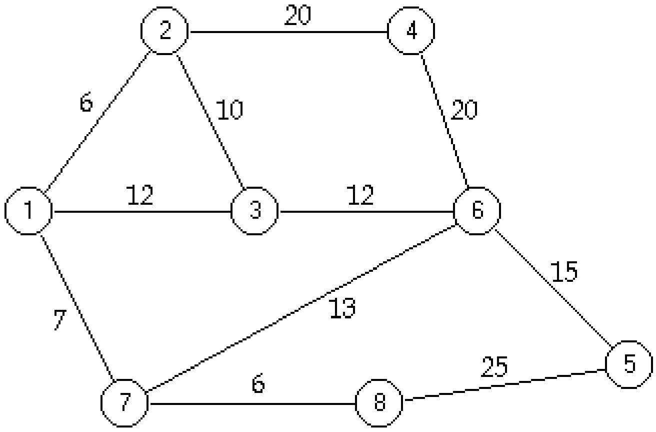
A cada arco esta associado um valor, que representa o custo que a empresa atribui a esse trajeto, em função da distância, das condições da entrada e da densidade do tráfego.

Pretende-se determinar os percursos mais económicos que os vendedores da empresa deverão efectuar entre a sede (Porto) e todas as cidades.

Para tal, utilize os algoritmo de PRIM.

C. Uma empresa de Construção Civil ficou encarregue de construir uma rede de estradas que sirvam uma certa região.

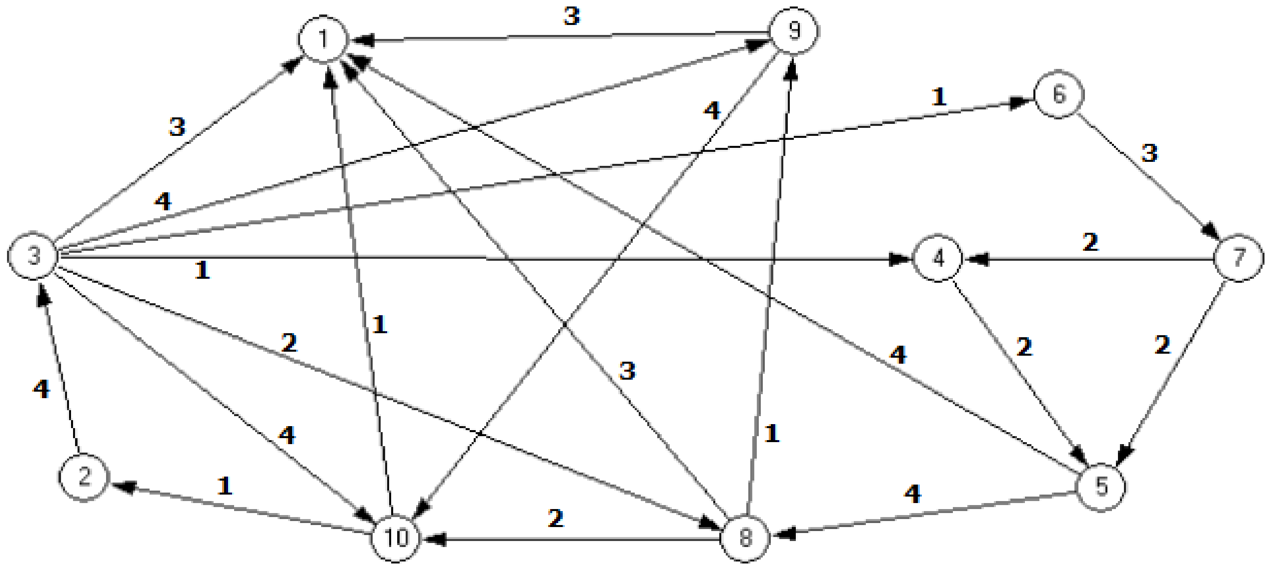
A rede em baixo apresenta um mapa simplificado da região onde os nós representam as localidades a servir e os arcos representam as ligações onde é tecnicamente possível a construção de estradas. A cada arco está associada a distância entre as localidades que ele liga.



Quais as ligações a concretizar se a empresa quer minimizar o comprimento de estradas a construir e ligar um qualquer par de localidades?

Problema do Caminho Mais Curto

A. Considere a seguinte rede:

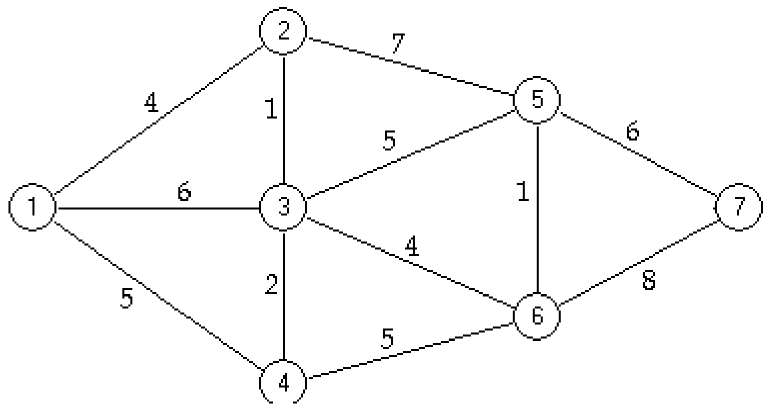


1. Construir as **listas de Adjacência** para esta rede (considerar os custos dos arcos).

2. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **3** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.

3. A partir da árvore obtida em 2, indique o caminho mais curto entre os nós **3** e **5**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

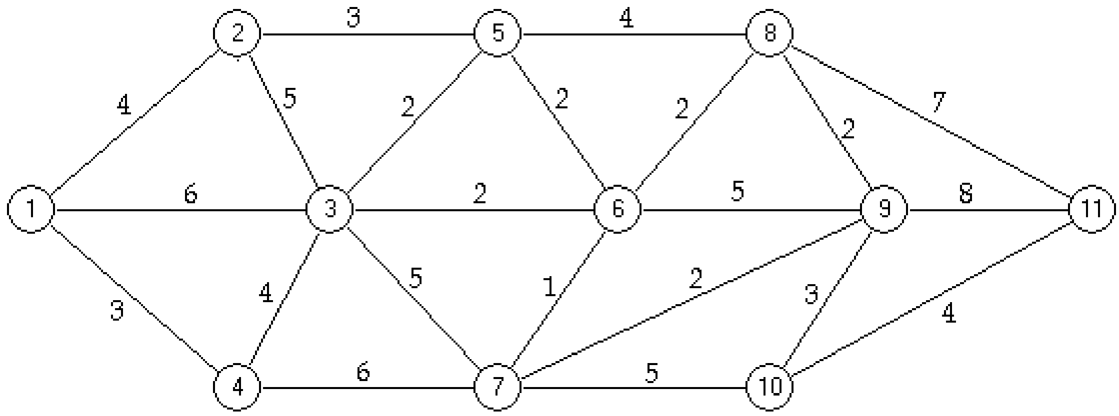
B. Considere a seguinte rede:



1. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **1** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.

2. A partir da árvore obtida em 1, indique o caminho mais curto entre os nós **1** e **7**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

C. Considere a seguinte rede:



1. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **1** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.

2. A partir da árvore obtida em 1, indique o caminho mais curto entre os nós **1** e **11**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

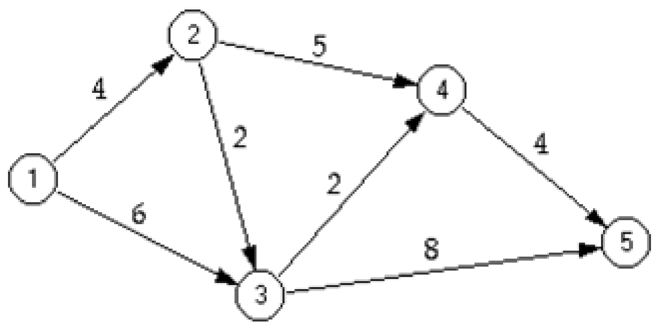
D. Seja G = (N, A, C), com N = {1, 2, ..., 20}, uma rede dirigida. Sabe-se que o caminho mais curto entre os nós 5 e 20 é :

p = [5, 1, 13, 7, 18, 2, 20].

1. Qual o caminho mais curto entre os nós 1 e 2? Justifique a sua resposta.

2. Qual o comprimento do cmc entre 1 e 2, assumindo que c(p) é o comprimento do caminho p? Justifique a sua resposta.

E. Considere a seguinte rede:



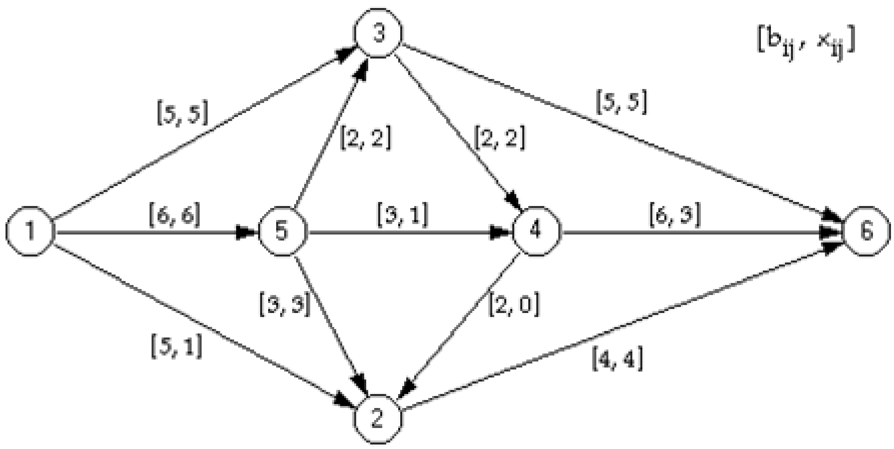
1. Utilizando o algoritmo de Floyd, determine os caminhos mais curtos entre todos os pares de nós da rede.

2. Determine o caminho mais curto entre os nós **1** e **5**, assim como o seu comprimento.

3. Determine o caminho mais curto entre os nós **2** e **3**, assim como o seu comprimento.

Problema do Fluxo Máximo

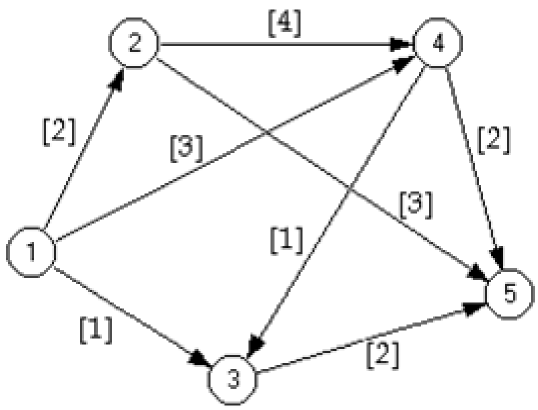
A. Considere a rede em baixo, onde os valores apresentados em cada arco estão associados à capacidade do arco (**b_{ij}**) e ao fluxo que passa atualmente nesse arco (**x_{ij}**).



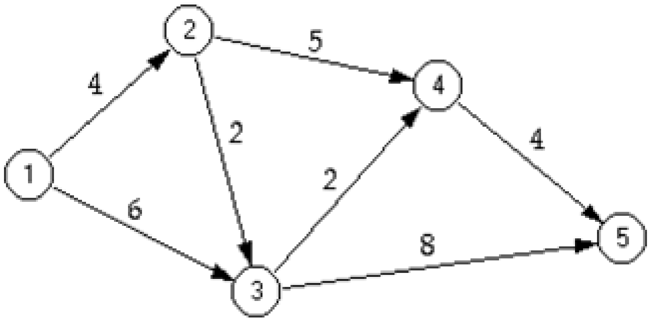
1. Determine o fluxo que actualmente chega ao nó 4 e o que sai do nó 5.

2. Determine o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** para o nó terminal **6**, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson.

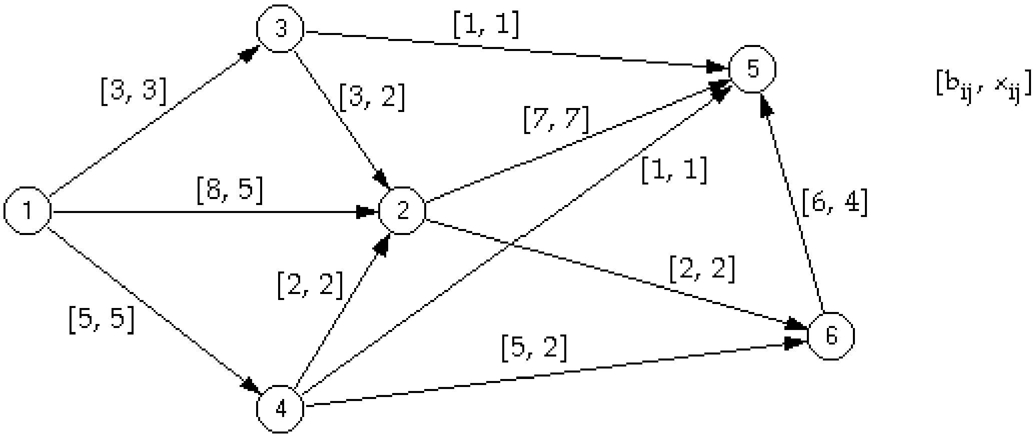
B. Considere a rede em baixo, onde o valor apresentado em cada arco está associado à sua capacidade (máximo de fluxo que pode passar nela). Determinar, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson, o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** (S) para o nó termonal **5** (T). **Nota**: o fluxo incial é nulo.



C. Considere a rede em baixo, onde o valor apresentado em cada arco está associado à sua capacidade (máximo de fluxo que pode passar nela). Determinar, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson, o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** (S) para o nó termonal **5** (T). **Nota:** o fluxo incial é nulo.



D. Considere a rede em baixo, onde os valores apresentados em cada arco estão associados à capacidade do arco ($\mathbf{b_{ij}}$) e ao fluxo que passa atualmente nesse arco ($\mathbf{x_{ij}}$).



1. Determine o fluxo que actualmente chega ao nó 2 e o que sai do nó 6.

2. Determine o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** para o nó terminal **5**, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson.

Problema dos Casamentos Estáveis

A. Sejam H e M os conjuntos de homens e mulheres seguintes:

H = { Otávio (O), Pedro (P), Rodrigo (R), Sérgio (S), Tiago (T) }

M = { Isabel (I), Joana (J), Laura (L), Marina (M), Natália (N) }

Considere-se as seguintes listas de preferências dos elementos de H e M seguintes:

Otávio (O):	J > L > N > I > M	Isabel (I):	T > O > R > S > P
Pedro (P):	I > J > L > M > N	Joana (J):	T > S > R > O > P
Rodrigo (R):	I > M > J > L > N	Laura (L):	T > P > O > R > S
Sérgio (S):	J > L > M > I > N	Marina (M):	P > R > S > T > O
Tiago (T):	M > J > I > L > N	Natália (N):	R > O > S > P > T

1. Determine um emperalhamento estável, em que os homens são os agentes proponentes e as mulheres são os agentes seletores.

2. Determine um emperalhamento estável, em que as mulheres são os agentes proponentes e as homens são os agentes seletores.

B. Sejam H e M os conjuntos seguintes:

H = { H1, H2, H3, H4, H5 }

M = { M1, M2, M3, M4, M5 }

Considere-se as seguintes listas de preferências dos elementos de H e M seguintes:

H1:	M2 > M3 > M4 > M5 > M1	M1:	H1 > H2 > H3 > H5 > H4
H2:	M3 > M4 > M5 > M1 > M2	M2:	H2 > H1 > H4 > H5 > H3
H3:	M5 > M1 > M4 > M2 > M3	M3:	H3 > H2 > H5 > H1 > H4
H4:	M3 > M1 > M2 > M4 > M5	M4:	H4 > H5 > H1 > H2 > H3
H5:	M1 > M5 > M2 > M3 > M4	M5:	H5 > H1 > H2 > H3 > H4

1. Determine um emperalhamento estável, em que os elementos de H são os agentes proponentes e os elementos de M são os agentes seletores.

2. Determine um emperalhamento estável, em que os elementos de M são os agentes proponentes e os elementos de H os agentes seletores.