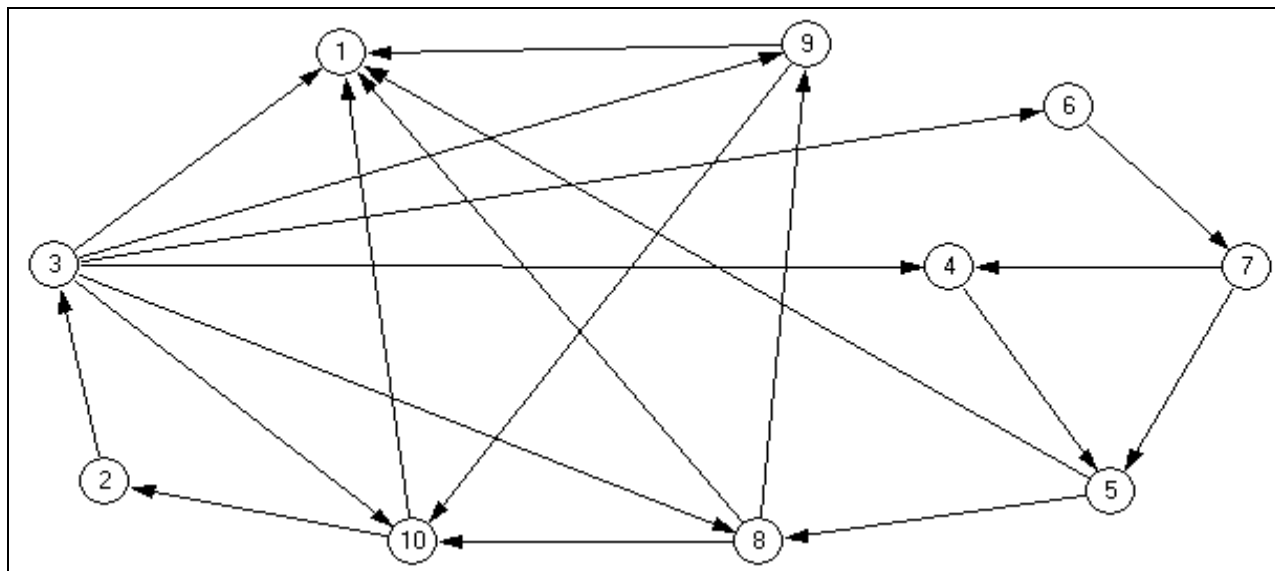


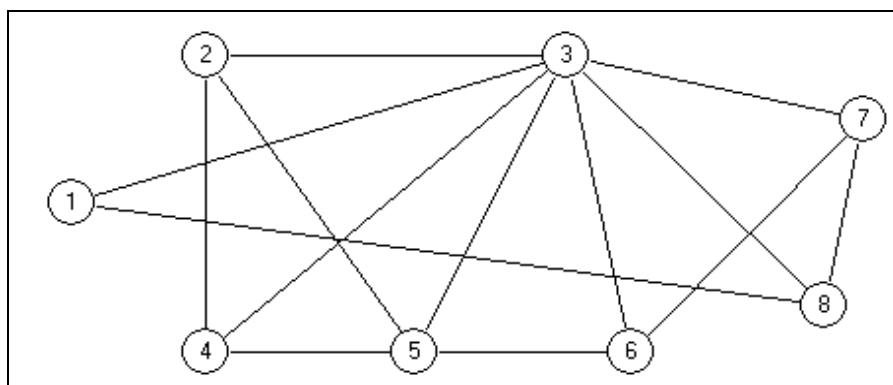
## Pesquisa em grafos

A. Considere o seguinte grafo orientado/dirigido, com 10 vértices e 20 arestas:



1. Construir a **matriz de Adjacência** para este grafo.
2. Construir as **listas de Adjacência** para este grafo.
3. Determine graficamente a **árvore de pesquisa em largura** do grafo, considerando como **vértice de partida** o vértice **8** ( $S = 8$ ). Simule o algoritmo estudado na aulas teóricas.
4. Determine graficamente a **árvore de pesquisa em largura** do grafo, considerando como **vértice de partida** o vértice **7** ( $S = 7$ ). Simule o algoritmo estudado na aulas teóricas.
5. Implemente uma função em C que traduza o algoritmo de **Pesquisa em Largura Primeiro (BFS)**, usando **listas de adjacência** para representar computacionalmente o grafo (seguir apontamentos da aula teórica). O vértice de partida deve ser parâmetro da função.
6. Executando a função anterior para o vértice de partida 8 ( $S = 8$ ), determine a **árvore de pesquisa em largura** do grafo dado. Verificar se é a mesma da determinada em 3 (atenção que pode ser diferente).
7. Determine computacionalmente as **árvores de pesquisa em largura** considerando outros vértices como vértices de partida.

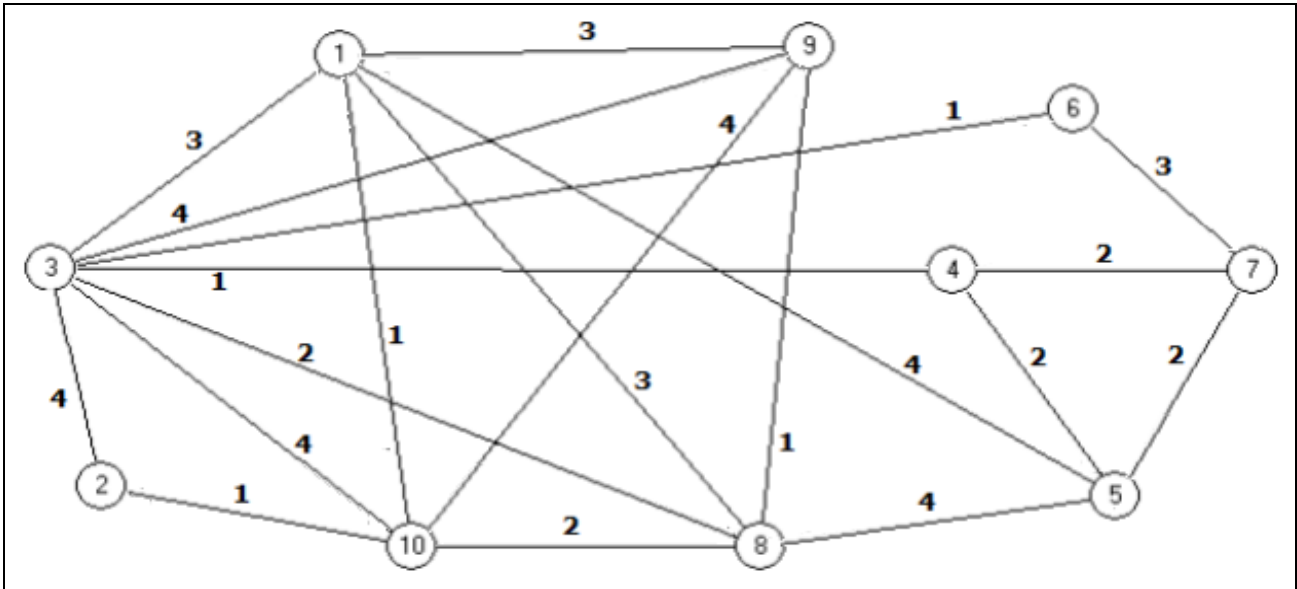
B. Considere o seguinte grafo não orientado/dirigido, com 8 vértices e 14 arestas:



1. Construir a **matriz de Adjacência** para este grafo.
2. Construir as **listas de Adjacência** para este grafo.
3. Determinar graficamente a **árvore de pesquisa em profundidade** do grafo dado, considerando como o vértice de partida vértice 1 (**S = 1**). Simule o algoritmo estudado na aulas teóricas.
4. Implementar uma função em C que traduza o algoritmo de Pesquisa em Profundidade Primeiro (CDFS e DFS), usando a **matriz de adjacência** para representar computacionalmente o grafo (seguir apontamentos da aula teórica). O vértice de partida deve ser parâmetro da função.
5. Executando a função anterior para o vértice de partida 1 ( $S = 1$ ), determine a **árvore de pesquisa em profundidade** do grafo dado. Verificar se é a mesma da determinada em 9 (atenção que pode ser diferente).
6. Determine computacionalmente as **árvores de pesquisa em profundidade** considerando outros vértices como vértices de partida.

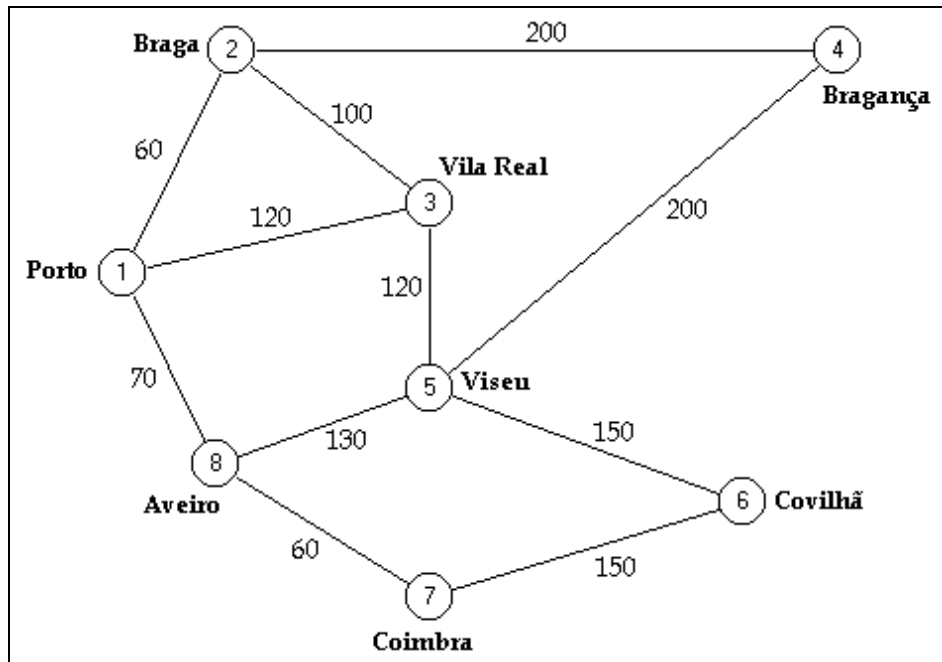
## Problema da Árvore Abrangente Mínima

A. Considere a seguinte rede com 10 nós e 20 arcos:



1. Construir as **listas de Adjacência** para esta rede (considerar os custos dos arcos).
2. Determinar graficamente a **Árvore Abrangente Mínima** da rede dada com raiz no nó 3, aplicando o algoritmo de PRIM estudado na aulas teóricas.

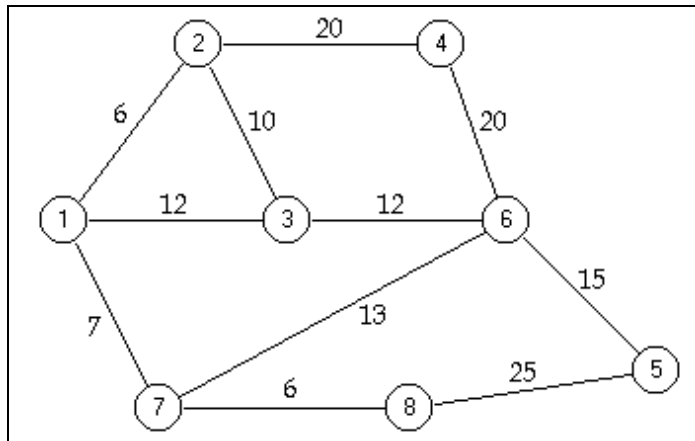
**B.** Uma companhia sediada no Porto pretende estabelecer o plano mais económico para as deslocações dos seus vendedores às cidades onde existem representantes dos seus produtos. A rede seguinte representa um mapa simplificado da região em que os nós representam as cidades e os arcos representam as ligações possíveis.



A cada arco está associado um valor, que representa o custo que a empresa atribui a esse trajeto, em função da distância, das condições da entrada e da densidade do tráfego. Pretende-se determinar os percursos mais económicos que os vendedores da empresa deverão efectuar entre a sede (Porto) e todas as cidades. Para tal, utilize o algoritmo de PRIM.

**C.** Uma empresa de Construção Civil ficou encarregue de construir uma rede de estradas que sirvam uma certa região.

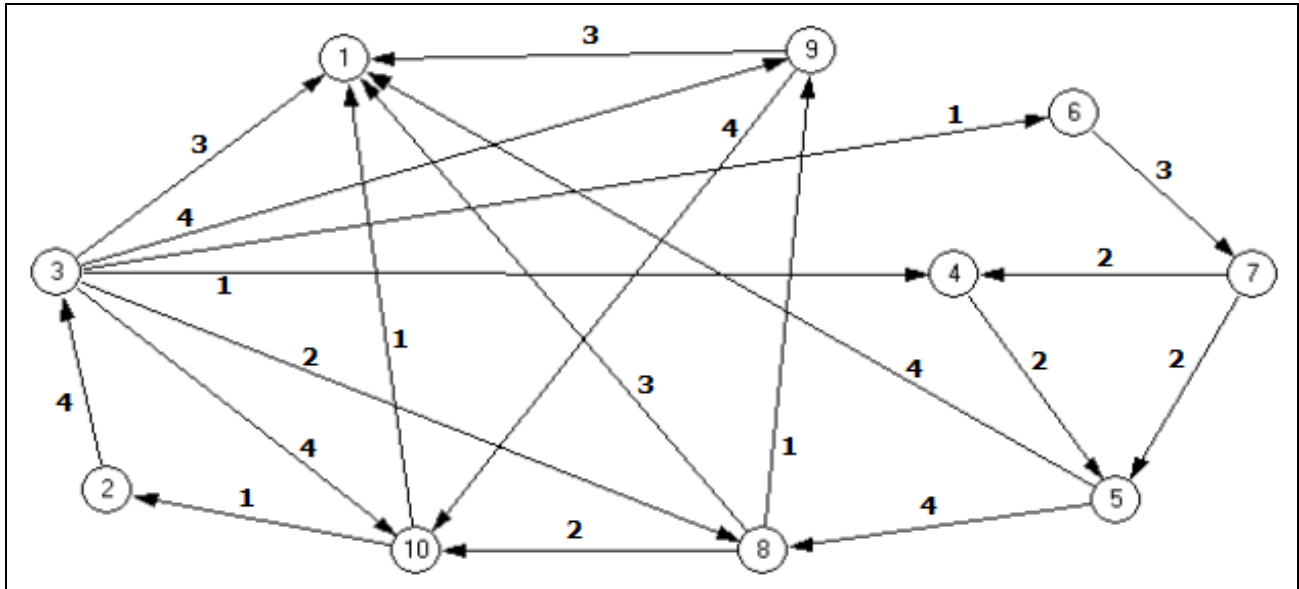
A rede em baixo apresenta um mapa simplificado da região onde os nós representam as localidades a servir e os arcos representam as ligações onde é tecnicamente possível a construção de estradas. A cada arco está associada a distância entre as localidades que ele liga.



Quais as ligações a concretizar se a empresa quer minimizar o comprimento de estradas a construir e ligar um qualquer par de localidades?

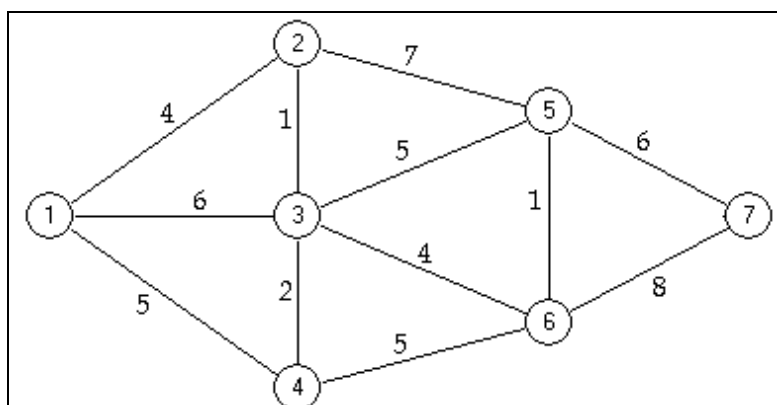
## Problema do Caminho Mais Curto

A. Considere a seguinte rede:



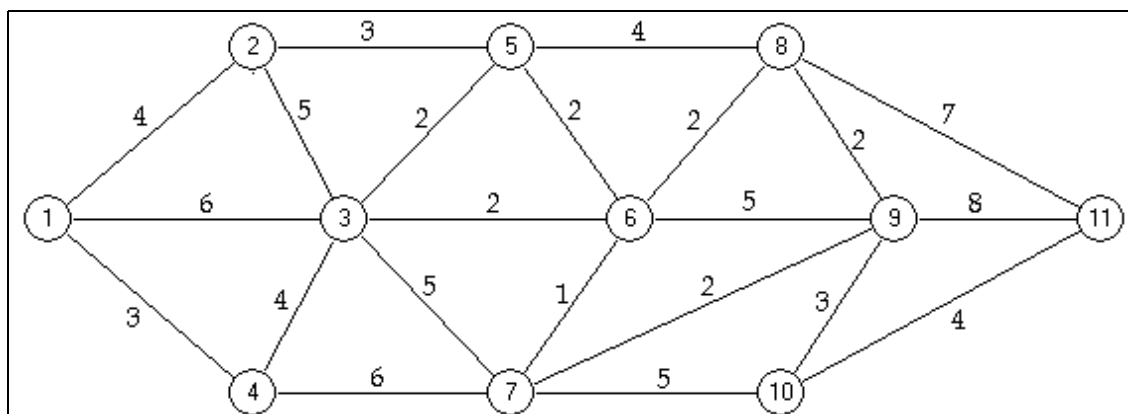
1. Construir as **listas de Adjacência** para esta rede (considerar os custos dos arcos).
2. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **3** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.
3. A partir da árvore obtida em 2, indique o caminho mais curto entre os nós **3** e **5**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

B. Considere a seguinte rede:



1. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **1** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.
2. A partir da árvore obtida em 1, indique o caminho mais curto entre os nós **1** e **7**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

C. Considere a seguinte rede:



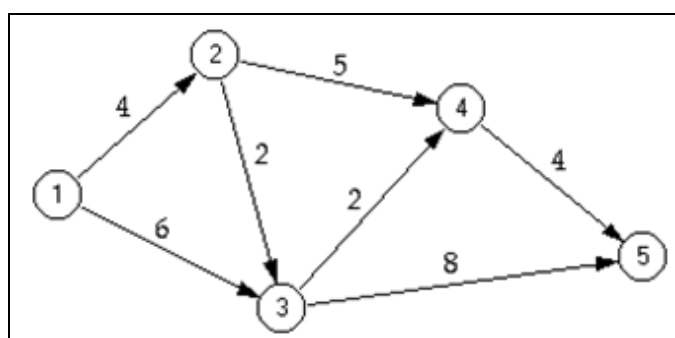
1. Determinar graficamente a **Árvore dos Caminhos Mais Curtos** da rede dada entre o nó **1** e todos os restantes nós da rede, aplicando o algoritmo de DIJKSTRA.
2. A partir da árvore obtida em 1, indique o caminho mais curto entre os nós **1** e **11**, assim como o respetivo custo total daquele caminho.

D. Seja  $G = (N, A, C)$ , com  $N = \{1, 2, \dots, 20\}$ , uma rede dirigida. Sabe-se que o caminho mais curto entre os nós 5 e 20 é :

$$p = [5, 1, 13, 7, 18, 2, 20].$$

1. Qual o caminho mais curto entre os nós 1 e 2? Justifique a sua resposta.
2. Qual o comprimento do cmc entre 1 e 2, assumindo que  $c(p)$  é o comprimento do caminho  $p$ ? Justifique a sua resposta.

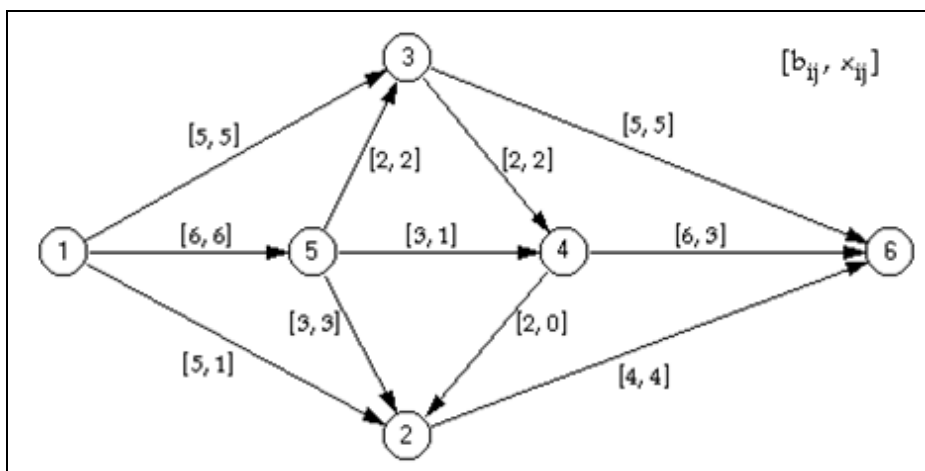
E. Considere a seguinte rede:



1. Utilizando o algoritmo de Floyd, determine os caminhos mais curtos entre todos os pares de nós da rede.
2. Determine o caminho mais curto entre os nós **1** e **5**, assim como o seu comprimento.
3. Determine o caminho mais curto entre os nós **2** e **3**, assim como o seu comprimento.

## Problema do Fluxo Máximo

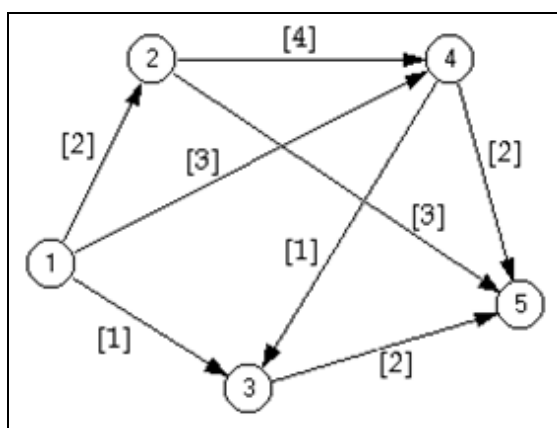
**A.** Considere a rede em baixo, onde os valores apresentados em cada arco estão associados à capacidade do arco ( $b_{ij}$ ) e ao fluxo que passa atualmente nesse arco ( $x_{ij}$ ).



1. Determine o fluxo que actualmente chega ao nó 4 e o que sai do nó 5.
2. Determine o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** para o nó terminal **6**, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson.

**B.** Considere a rede em baixo, onde o valor apresentado em cada arco está associado à sua capacidade (máximo de fluxo que pode passar nela). Determinar, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson, o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** (S) para o nó terminal **5** (T).

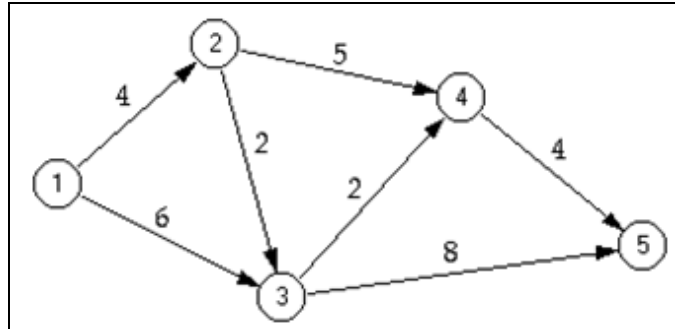
**Nota:** o fluxo inicial é nulo.



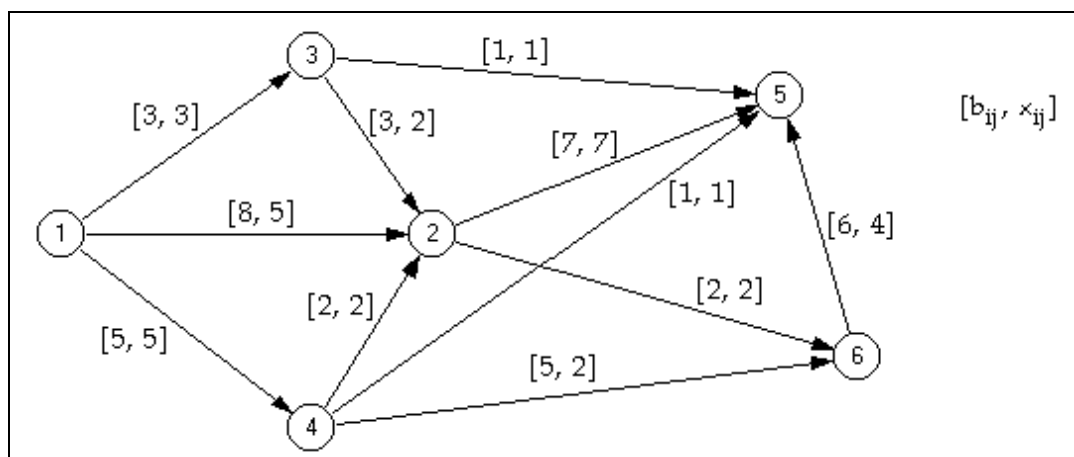


**C.** Considere a rede em baixo, onde o valor apresentado em cada arco está associado à sua capacidade (máximo de fluxo que pode passar nela). Determinar, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson, o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** (S) para o nó terminal **5** (T).

**Nota:** o fluxo inicial é nulo.



**D.** Considere a rede em baixo, onde os valores apresentados em cada arco estão associados à capacidade do arco ( $b_{ij}$ ) e ao fluxo que passa atualmente nesse arco ( $x_{ij}$ ).



1. Determine o fluxo que actualmente chega ao nó 2 e o que sai do nó 6.
2. Determine o fluxo máximo que pode ser enviado do nó origem **1** para o nó terminal **5**, aplicando o algoritmo de Ford-Fulkerson.

## Problema dos Casamentos Estáveis

**A.** Sejam  $H$  e  $M$  os conjuntos de homens e mulheres seguintes:

$H = \{ \text{Otávio (O), Pedro (P), Rodrigo (R), Sérgio (S), Tiago (T)} \}$

$M = \{ \text{Isabel (I), Joana (J), Laura (L), Marina (M), Natália (N)} \}$

Considere-se as seguintes listas de preferências dos elementos de  $H$  e  $M$  seguintes:

Otávio (O):  $J > L > N > I > M$

Isabel (I):  $T > O > R > S > P$

Pedro (P):  $I > J > L > M > N$

Joana (J):  $T > S > R > O > P$

Rodrigo (R):  $I > M > J > L > N$

Laura (L):  $T > P > O > R > S$

Sérgio (S):  $J > L > M > I > N$

Marina (M):  $P > R > S > T > O$

Tiago (T):  $M > J > I > L > N$

Natália (N):  $R > O > S > P > T$

1. Determine um emperalhamento estável, em que os homens são os agentes proponentes e as mulheres são os agentes seletores.
2. Determine um emperalhamento estável, em que as mulheres são os agentes proponentes e as homens são os agentes seletores.

**B.** Sejam  $H$  e  $M$  os conjuntos seguintes:

$H = \{ H1, H2, H3, H4, H5 \}$

$M = \{ M1, M2, M3, M4, M5 \}$

Considere-se as seguintes listas de preferências dos elementos de  $H$  e  $M$  seguintes:

H1:  $M2 > M3 > M4 > M5 > M1$

M1:  $H1 > H2 > H3 > H5 > H4$

H2:  $M3 > M4 > M5 > M1 > M2$

M2:  $H2 > H1 > H4 > H5 > H3$

H3:  $M5 > M1 > M4 > M2 > M3$

M3:  $H3 > H2 > H5 > H1 > H4$

H4:  $M3 > M1 > M2 > M4 > M5$

M4:  $H4 > H5 > H1 > H2 > H3$

H5:  $M1 > M5 > M2 > M3 > M4$

M5:  $H5 > H1 > H2 > H3 > H4$

1. Determine um emperalhamento estável, em que os elementos de  $H$  são os agentes proponentes e os elementos de  $M$  são os agentes seletores.
2. Determine um emperalhamento estável, em que os elementos de  $M$  são os agentes proponentes e os elementos de  $H$  os agentes seletores.