Problema D

Dos autómatos às expressões regulares

Considere um autómato A determinista. Mais formalmente, sejam Σ um alfabeto, Q um conjunto de estados, S um não terminal e F um subconjunto de Q de estados (o conjunto de estados finais) e R_δ uma relação de transição sobre Σ e Q. Temos assim $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, i, F, R_\delta)$.

Problema

Escreva um programa que lê $\mathcal{A}$ e que calcule a expressão regular r resultante da aplicação do algoritmo de MacNaughton-Yamada exposto nas aulas teóricas.

Espera-se a aplicação de algumas regras de simplificação da expressão regular resultante. No ficheiro "esqueleto" da resolução, encontrará uma função "simplify" que realiza concretamente as simplificações esperadas.

Entrada

Para simplificar o formato dos dados em entrada admitiremos aqui que o conjunto Q é sempre da forma $\{1 \dots n\}$ (n inteiro), Σ é o alfabeto português. Assim $A = (Q, \Sigma, i, F, R_\delta)$ pode ser introduzido por:

- uma linha com o inteiro n, especificando o conjunto $S = \{1..n\}$;
- uma linha com o inteiro i que identifica que estado de Q é o estado inicial;
- uma linha com o número f (cardinalidade do conjunto F dos estados finais);
- uma linha com f inteiros distintos que formam o conjunto dos estados finais;
- uma linha com o número m de transições (a cardinalidade de R_δ);
- m linhas em que cada uma delas introduz uma transição sob a forma `i c j`, sendo i o inteiro representando o estado de partida da transição, c o carácter no rótulo da transição e j o inteiro que representa o estado de chegada.

Saída

A expressão regular resultante, na forma de uma string.

É esperado que use uma função de tipo `string_of_regexp` (ver ajuda fornecida para o problema anterior) para a visualização da expressão regular resultante.

O formato para as expressões regulares considera o inteiro 0 como o símbolo para a expressão regular vazia ($\emptyset$), o inteiro 1 para a expressão regular ϵ, o símbolo `+` para a união de expressões regulares, o símbolo `.` para a concatenação e o símbolo `*` para o fecho de Kleene.

Aquando de uma união (que é comutativa), ordena-se o lado esquerdo e o lado direito por ordem alfabética, sendo $\emptyset < \epsilon < c$ para qualquer carácter c do alfabeto considerado.

Para o caso de sequências de combinação do operador de concatenação ou de união, considera-se a associatividade à direita. Assim $r.s.t$ (ou respectivamente $r + s + t$) é interpretado como $(r.(s.t))$ (resp. $(r + (s + t))$).

Restrições por considerar

Assuma que o número de estados é no máximo 50 e que não há mais do que 100 transições.

Sample Input

```
3
1
2
2 3
5
1 a 1
1 b 2
2 a 2
2 b 3
3 b 3
```

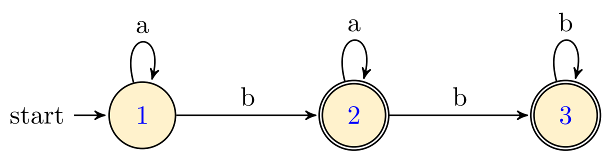
Sample Output

(numa só linha)

```
((((b + ((1 + a) . (a* . b))) . (a* . b)) + (((b + ((1 + a) . (a* . b))) . (a* . b)) . (b* . (1 + b)))) + ((b + ((1 + a) . (a* . b))) + ((b + ((1 + a) . (a* . b))) . (a* . (1 + a)))))
```

Explicação

Seja $\mathcal{A}$ o autómato do exemplo de entrada, desenhado da seguinte forma:



temos:

$$L(\mathcal{A}) = R(1,2,4) + R(1,3,4)$$

O algoritmo MacNaughton-Yamada calcula uma matriz R de dimensão 3 (aqui $3 \times 3 \times 4$) conforme as regras dadas nas aulas.

Para $k = 0$ até $k = 4$, calcula $R(i,j,k)$ (para $1 \leq i,j \leq 3$).

No fim deste processo, a resposta por devolver é, repetimos, $R(1,2,4) + R(1,3,4)$

Para fins de ilustração, temos resumidamente (só mostramos as linhas relevantes):

	$k = 1$	
$R(1,1,1)$	$=$	$(\epsilon + a)$
$R(1,2,1)$	$=$	b
$R(1,3,1)$	$=$	$\emptyset$
$R(2,1,1)$	$=$	$\emptyset$
$R(2,2,1)$	$=$	$(\epsilon + a)$
$R(2,3,1)$	$=$	b
$R(3,1,1)$	$=$	$\emptyset$
$R(3,2,1)$	$=$	$\emptyset$
$R(3,3,1)$	$=$	$(\epsilon + b)$
	$k = 2$	
$R(1,2,2)$	$=$	$R(1,2,1) + R(1,1,1)R(1,1,1)^*R(1,2,1)$
	$=$	$(b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)$
$R(1,3,2)$	$=$	$R(1,3,1) + R(1,1,1)R(1,1,1)^*R(1,3,1)$
	$=$	$\emptyset$
$R(2,2,2)$	$=$	$R(2,2,1) + R(2,1,1)R(1,1,1)^*R(1,2,1)$
	$=$	$(\epsilon + a)$
$R(2,3,2)$	$=$	$R(2,3,1) + R(2,1,1)R(1,1,1)^*R(1,3,1)$
	$=$	b
$R(3,2,2)$	$=$	$R(3,2,1) + R(3,1,1)R(1,1,1)^*R(1,2,1)$
	$=$	$\emptyset$
$R(3,3,2)$	$=$	$R(3,3,1) + R(3,1,1)R(1,1,1)^*R(1,3,1)$
	$=$	$(\epsilon + b)$
	$k = 3$	
$R(1,2,3)$	$=$	$R(1,2,2) + R(1,2,2)R(2,2,2)^*R(2,2,2)$
	$=$	$(b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b) + (b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*(\epsilon + a)$
$R(1,3,3)$	$=$	$R(1,3,2) + R(1,2,2)R(2,2,2)^*R(2,3,2)$
	$=$	$(b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*b$
$R(3,2,3)$	$=$	$R(3,2,2) + R(3,2,2)R(2,2,2)^*R(2,2,2)$
	$=$	$\emptyset$
$R(3,3,3)$	$=$	$R(3,3,2) + R(3,2,2)R(2,2,2)^*R(2,3,2)$
	$=$	$(\epsilon + b)$
	$k = 4$	
$R(1,2,4)$	$=$	$R(1,2,3) + R(1,3,3)R(3,3,3)^*R(3,2,3)$
	$=$	$(b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b) + (b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*(\epsilon + a)$
$R(1,3,4)$	$=$	$R(1,3,3) + R(1,3,3)R(3,3,3)^*R(3,3,3)$
	$=$	$((b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*b) +$
		$((b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + b)^*(\epsilon + b)$

$$L(\mathcal{A}) = \begin{array}{c} ((b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b) + (b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*(\epsilon + a)) \\ + \\ ((b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*b) + ((b + (\epsilon + a)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + a)^*b)(\epsilon + b)^*(\epsilon + b) \end{array}$$