

## Problema B

### BDD

Um Binary Decision Diagram (**BDD**) é uma estrutura de dados que pode ser usada para representar uma função booleana. Ao contrário de outras estruturas de dados que representem dados de forma comprimida, operações feitas sobre BDDs são aplicadas diretamente na representação comprimida sem necessidade de descompressão.

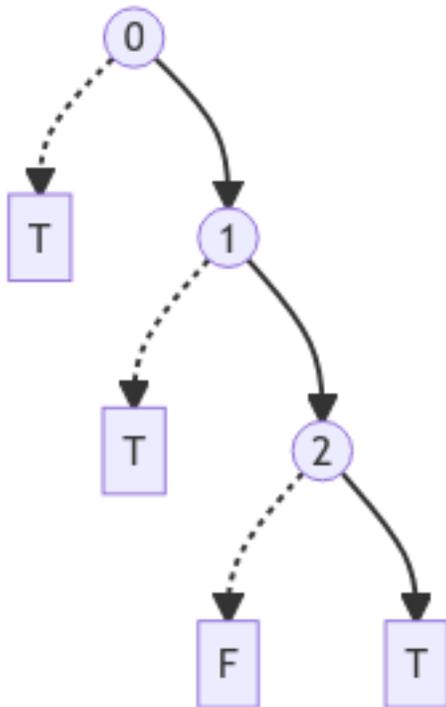
O termo **BDD** é a abreviatura mais utilizada na literatura para descrever um **ROBDD** (Reduced Ordered Binary Decision Diagram). Uma das vantagens de **ROBDD** é que para uma dada função e uma ordem de variáveis, a sua representação é única.

### Problema

O objetivo deste problema é, dada uma fórmula de lógica proposicional, construir uma **BDD** que a represente. Após construir a **BDD**, averiguar qual a solução lexicograficamente mais pequena que resulta na avaliação da fórmula  $f$  em verdade, bem como contar o número de soluções diferentes que esta possui.

### Exemplo de BDD

Para a fórmula  $(x_0 \wedge x_1) \rightarrow x_2$ , obtém-se a seguinte **BDD**:



Esta fórmula tem como valoração lexicograficamente mais pequena 000 e apresenta 7 valorações que tornam a fórmula válida.

### Input

**Primeira linha:** valor  $k$  ( $0 < k \leq 16$ ) que indica o número de variáveis da fórmula de lógica proposicional  $f$ .

**Segunda linha:** uma fórmula  $f$  de lógica proposicional.

## Output

**Primeira linha:** string com a valoração lexicograficamente mais baixa que torna a fórmula  $f$  verdadeira, ou a string `NONE` caso não exista nenhuma valoração que torne  $f$  verdadeira.

**Segunda linha:** inteiro que represente o número de valorações que tornam a fórmula  $f$  verdadeira.

**Terceira linha:** inteiro que represente o número de folhas da **BDD** resultante.

Para formar as fórmulas, deverá associar a cada variável  $x_i$  de  $f$  um inteiro, começando com  $x_1 \rightarrow 0$  até  $x_{16} \rightarrow 15$ .

### Input exemplo 1

```
3
((0 & 1) -> 2)
```

### Output exemplo 1

```
000
7
4
```

### Input exemplo 2

```
3
((0 & 1) & 2)
```

### Output exemplo 2

```
111
1
4
```

## Sugestão de resolução

Para a criação de um **BDD** a partir de uma fórmula de lógica proposicional, começando pela primeira variável (*i.e.*  $x_0$ ) basta substituir a variável  $x_i$  por  $\perp$  ou  $\top$  e avaliar a fórmula resultante, sendo que o ramo esquerdo representará que a variável  $x_i$  terá a valoração de **false** e o ramo direito a valoração de **true**. A árvore gerada deverá ser otimizada por forma a cumprir o requisitos de uma **ROBDD**.

Quanto à valoração lexicograficamente mais pequena, é possível obter a mesma atrás de um *DFS* na árvore procurando a primeira folha com  $\top$ , sendo então a solução, a valoração de cada variável no caminho desde a raiz até essa folha.

## Template da solução a submeter

Deverá utilizar o template fornecido para escrever a solução deste problema. A função `parse_formula` lê uma fórmula a partir de uma string.

Descarregar template