

# Lógica Computacional

## Aula Teórica 12: estratégias de resolução

António Ravara   Simão Melo de Sousa

Departamento de Informática, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade  
Nova de Lisboa

Departamento de Informática, Faculdade Engenharia, LISP & Release Group  
Universidade Beira Interior

## Teorema da resolução (Teorema 11.1)

Dada uma fórmula  $\varphi \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\varphi)$ , tem-se que  $\varphi$  é contraditória se e só se  $\emptyset \in \text{Res}^*(\varphi)$ .

## Proposição 12.1

Dada uma fórmula  $\varphi \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\varphi)$ , tem-se que  $\varphi$  é válida se e só se  $\emptyset \in \text{Res}^*(\text{FNC}(\neg\varphi))$ .

## Proposição 12.2

Dadas fórmulas  $\varphi, \psi, \gamma \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\gamma)$  e  $\gamma \equiv \varphi \wedge \neg\psi$ , tem-se que  $\{\varphi\} \models \psi$  se e só se  $\emptyset \in \text{Res}^*(\gamma)$ .

## Procedimento automático

- ▶ Pretende-se encontrar formas de implementar o método de resolução, de forma que seja totalmente automático.
- ▶ É necessário encontrar uma ordem para calcular os resolventes das cláusulas de forma a “gerar”  $\emptyset$ .
- ▶ Estratégias “cegas” ou ad-hoc não são (necessariamente) eficientes.

## Definição 12.1: Resolução Negativa

Se no cálculo de  $\text{Res}^*(\varphi)$  cada resolvente é encontrado a partir de uma das cláusulas com apenas literais negados, diz-se que se está a fazer Resolução-N.

## Definição 12.2: Resolução Linear

Se no cálculo de  $\text{Res}^*(\varphi)$  cada resolvente é encontrado a partir de uma das cláusulas que é o resolvente do passo anterior, diz-se que se está a fazer Resolução-L.

## Proposição 12.3

Seja  $\varphi \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\varphi)$  e considere-se que  $\text{Res}^*(\varphi)$  foi obtido por Resolução-N ou por Resolução-L. Tem-se que  $\varphi$  é contraditória se e só se  $\emptyset \in \text{Res}^*(\varphi)$ .

Exemplo:  $\mathcal{C} = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, s\}, \{\neg r\}, \{\neg s\}\}$

### Resolução-N, solução 1

Dedução	Justificação
$\{\neg p, r\}$	Cláusula $C_2$
$\{\neg r\}$	Cláusula $C_4$
$\{\neg p\}$	Resolvente de $C_2$ e $C_4$
$\{p, q\}$	Cláusula $C_1$
$\{q\}$	Resolvente de $\{\neg p\}$ e $C_1$
$\{\neg q, s\}$	Cláusula $C_3$
$\{\neg s\}$	Cláusula $C_5$
$\{\neg q\}$	Resolvente de $C_3$ e $C_5$
$\emptyset$	Resolvente de $\{q\}$ e $\{\neg q\}$

Pela Proposição 12.3 conclui-se que a fórmula é contraditória.

Exemplo:  $\mathcal{C} = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, s\}, \{\neg r\}, \{\neg s\}\}$

### Resolução-N, solução 2

Dedução	Justificação
$\{\neg q, s\}$	Cláusula $C_3$
$\{\neg s\}$	Cláusula $C_5$
$\{\neg q\}$	Resolvente de $C_3$ e $C_5$
$\{\neg p, r\}$	Cláusula $C_2$
$\{\neg r\}$	Cláusula $C_4$
$\{\neg p\}$	Resolvente de $C_2$ e $C_4$
$\{p, q\}$	Cláusula $C_1$
$\{q\}$	Resolvente de $\{\neg p\}$ e $C_1$
$\emptyset$	Resolvente de $\{q\}$ e $\{\neg q\}$

Pela Proposição 12.3 conclui-se que a fórmula é contraditória.

Exemplo:  $\mathcal{C} = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, s\}, \{\neg r\}, \{\neg s\}\}$

### Resolução-L, solução 1

Dedução	Justificação
$\{\neg p, r\}$	Cláusula $C_2$
$\{\neg r\}$	Cláusula $C_4$
$\{\neg p\}$	Resolvente de $C_2$ e $C_4$
$\{p, q\}$	Cláusula $C_1$
$\{q\}$	Resolvente de $\{\neg p\}$ e $C_1$
$\{\neg q, s\}$	Cláusula $C_3$
$\{s\}$	Resolvente de $\{q\}$ e $C_3$
$\{\neg s\}$	Cláusula $C_5$
$\emptyset$	Resolvente de $\{s\}$ e $C_5$

Pela Proposição 12.3 conclui-se que a fórmula é contraditória.

Exemplo:  $\mathcal{C} = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, s\}, \{\neg r\}, \{\neg s\}\}$

### Resolução-L, solução 2

Dedução	Justificação
$\{\neg q, s\}$	Cláusula $C_3$
$\{\neg s\}$	Cláusula $C_5$
$\{\neg q\}$	Resolvente de $C_3$ e $C_5$
$\{p, q\}$	Cláusula $C_1$
$\{p\}$	Resolvente de $\{\neg q\}$ e $C_1$
$\{\neg p, r\}$	Cláusula $C_2$
$\{r\}$	Resolvente de $\{p\}$ e $C_2$
$\{\neg r\}$	Cláusula $C_4$
$\emptyset$	Resolvente de $\{r\}$ e $C_4$

Pela Proposição 12.3 conclui-se que a fórmula é contraditória.  
Há ainda uma terceira forma de fazer a prova por Resolução-L.

Exemplo:  $\mathcal{C} = \{\{p, q\}, \{\neg p, r\}, \{\neg q, s\}, \{\neg r\}, \{\neg s\}\}$

Pode-se sempre fazer Resolução-LN (seria a melhor estratégia!)?

Consegue-se verificar o exemplo por Resolução-LN?

Ou se começa de  $C_4$  ou de  $C_5$ .

- ▶ Começando com  $C_4$  obtém-se  $\{q\}$ , mas não se tem  $\{\neg q\}$   
Como tem que se pegar em  $C_3$ , falha a estratégia N
- ▶ Começando com  $C_5$  obtém-se num passo  $\{\neg q\}$ , mas não se tem  $\{q\}$ ; como se tem  $\{p, q\}$  obtém-se  $\{p\}$ , mas não se tem  $\{\neg p\}$  — falha de novo a estratégia N.

Por Resolução-LN não dá.

Conclui-se então que não se pode seguir só a estratégia LN (não é universal).

## Definição 10.2

Seja  $\varphi \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\varphi)$ . Se cada cláusula em  $\varphi$  contém no máximo um literal positivo, então  $\varphi$  diz-se uma fórmula de Horn.

## Proposição 12.4

Seja  $\varphi \in F_P$  tal que  $\text{FNC}(\varphi)$ . Se  $\varphi$  é uma fórmula de Horn então  $\varphi$  é contraditória se e só se  $\emptyset$  pode ser derivado de  $\varphi$  por Resolução-LN.

## Terminologia

- ▶ Cláusulas só com um literal positivo dizem-se *definitivas* (porque “definem”).
- ▶ No processo de resolução pode haver várias formas de resolver (“cancelar”) esse literal positivo. Chama-se *função de selecção* a uma estratégia de escolha do literal a cancelar com o positivo.
- ▶ A função de selecção deve ser *invariante* para qualquer função de substituição (não pode depender dos símbolos).

## Definição 12.5

Resolução-SLD (Linear e Definitiva, com Selector) é a Resolução-LN com uma função de selecção.

Exemplo:

$$\mathcal{C} = \{\{\neg p, s\}, \{p, \neg q\}, \{q\}, \{\neg r, \neg s\}, \{r, \neg t\}, \{t\}\}$$

### Resolução-SLD, selector "à direita"

Dedução	Justificação
$\{\neg r, \underline{\neg s}\}$	Cláusula $C_4$
$\{\neg p, s\}$	Cláusula $C_1$
$\{\neg p, \underline{\neg r}\}$	Resolvente de $C_4$ e $C_1$
$\{r, \neg t\}$	Cláusula $C_5$
$\{\neg p, \underline{\neg t}\}$	Resolvente de $\{\neg p, \neg r\}$ e $C_5$
$\{t\}$	Cláusula $C_6$
$\{\underline{\neg p}\}$	Resolvente de $\{\neg p, \neg t\}$ e $C_6$
$\{p, \neg q\}$	Cláusula $C_2$
$\{\underline{\neg q}\}$	Resolvente de $\{\neg p\}$ e $C_2$
$\{q\}$	Cláusula $C_3$
$\emptyset$	Resolvente de $\{\neg q\}$ e $C_3$

Pela proposição anterior conclui-se que a fórmula é contraditória.