

Teoria da Computação

Introdução às Linguagens Formais

Ficha de exercícios

Simão Melo de Sousa

Exercício 1

Proponha uma formalização do problema da ordenação de vectores de inteiros em termos de um problema de linguagens formais.

Resposta

Exercício 2

Demonstre que para qualquer linguagem L , $L^* = (L^*)^*$.

Resposta

Exercício 3

Demonstre que existem linguagens L_1 e L_2 tais que $(L_1 \cup L_2)^* \neq L_1^* \cup L_2^*$.

Resposta

Exercício 4

1. Considere a expressão regular $r \triangleq (a^*(a^+c + b))$. Calcule $L(r)$.

Resposta

2. Considere o alfabeto $\Sigma \triangleq \{0, 1\}$. Defina uma expressão regular para a linguagem $L \triangleq \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ não possui pares consecutivos de } 0\}$

Resposta

Exercício 5 Considere as duas expressões regulares r e s sobre o alfabeto $\{a, b\}$ definidas como

$$r \triangleq a(a + b)^*ba$$

$$s \triangleq (ab)^* + (ba)^* + (a^* + b^*)$$

1. Apresente uma palavra que pertence à linguagem gerada por r mas que não pertence à linguagem gerada por s Resposta

2. Apresente uma palavra que pertence à linguagem gerada por s mas que não pertence à linguagem gerada por r Resposta

3. Apresente uma palavra que pertence à linguagem gerada por r e à linguagem gerada por s Resposta

4. Apresente uma palavra que não pertence à linguagem gerada por r nem à linguagem gerada por s Resposta

□

Exercício 6 Considere o alfabeto $\Sigma \triangleq \{a, b\}$. Dar uma expressão regular que represente o complemento da linguagem seguinte:

$$(a + b)^*b$$

Resposta □

Exercício 7 Demonstre que $(a + b)^*$ e $(a^*b^*)^*$ são expressões regulares equivalentes.

Resposta □

Exercício 8 Considere um alfabeto A e o monoíde livre A^* gerado por A .

Sejam t, u, v e w palavras de A^* . Demonstre que se $tu = vw$ então existe uma única palavra z de A^* tal que

- ou $t = v.z$ e $z.u = w$
- ou $v = t.z$ e $z.w = u$

Este resultado é conhecido por Lema de Levi.

□

Exercício 9 Considere um alfabeto A e o monoíde livre A^* gerado por A .

Recorde a definição da relação de ordem prefixo sobre as palavras: para duas palavras a e b , $a \leq b$ se a é um prefixo de b (i.e. $\exists c \in A^*. b = a.c$).

Sejam u_1, u_2, v três palavras de A^* . Demonstre que

$$(u_1 \leq v) \wedge (u_2 \leq v) \implies (u_1 \leq u_2) \vee (u_2 \leq u_1)$$

Resposta □