

# Computação Fiável

## Lógica de Hoare

### Ficha de exercícios

Simão Melo de Sousa

**Exercício 1** Considere o seguinte programa  $P$ :

```
1  q := 0;  
2  r := 0;  
3  a := 1;  
4  while (a <= x) {  
5  (r = y-1)?{ q := q+1; r := 0; }:{ r := r+1; }  
6  a := a + 1;  
7  }
```

e o seguinte triplo de Hoare  $\{x > 0 \wedge y > 0\} P \{0 \leq r < y \wedge x = q.y + r\}$

1. Dê um invariante  $I$  para o ciclo tendo em conta que se pretende obter a propriedade seguinte:  $I \wedge \neg(a \leq x) \implies (0 \leq r < y \wedge x = q.y + r)$ .
2. Demonstre que o ciclo termina. Para isso determine o variante  $v$  (um valor natural (i.e.  $v \in \mathbb{N}$ )) função dos valores manipulados por  $P$  e a prova de que este valor decresce em cada iteração.
3. Demonstre, usando as regras da lógica de Hoare que o triplo de Hoare apresentado é válido.
4. Utilize o calculo da pré-condição mais fraca para demonstrar o mesmo resultado. Para tal, liste as diferentes condições de verificação geradas pelo calculo e demonstre cada uma delas.

□

**Exercício 2** Considere o seguinte programa  $P$ :

```
1  x := x0;  
2  y := y0;  
3  while (x != y) {  
4  (x < y)?{y := y-x;}:{x := x-y;}  
5  }
```

e o seguinte triplo de Hoare  $\{x_0 > 0 \wedge y_0 > 0\} P \{x = \text{maior divisor comum}(x_0, y_0)\}$

Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare.

□

**Exercício 3** Considere o seguinte programa  $P$ :

```
1  r := 1;
2  while (n!=0) {
3    r := r*n;
4    n := n-1;
5  }
```

e o seguinte triplo de Hoare  $\{n > 0 \wedge n = n_0\} P \{r = n_0!\}$

Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare. □

**Exercício 4** Considere o seguinte programa  $P$ :

```
1  r := t;
2  while (n!=0) {
3    r := r*t;
4    n := n-1;
5  }
```

e o seguinte triplo de Hoare  $\{n > 0 \wedge n = n_0\} P \{r = t^{n_0}\}$

Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare. □

**Exercício 5** Considere o seguinte programa  $P$ :

```
1  y2 := 0 ;
2  y3 := 1 ;
3  y4 := 1 ;
4  while (y3 <= y1) {
5    y2 := y2 + 1 ;
6    y4 := y4 + 2 ;
7    y3 := y3 + 4 ;
8  }
```

e o seguinte triplo de Hoare  $\{y_1 > 0\} P \{y_2^2 \leq y_1 < (y_2 + 1)^2\}$

Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare. □

**Exercício 6** Considere o seguinte programa  $P$  que permite a procura de um elemento  $x$  num vector  $v$  previamente inicializado com inteiros e de tamanho  $tam$ :

```
1  i=0;
2  while (i < tam & v[i] != x)
3  {
4  i = i + 1;
5  }
```

1. Defina um triplo de Hoare que expressa a correcção deste programa.

2. Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare. □

**Exercício 7** 1. Defina um programa que devolva a soma dos elementos inteiros dum vector  $v$  previamente inicializado. Defina um triplo de Hoare que expressa a correcção deste programa.

2. Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare.

□

**Exercício 8** 1. Defina um programa que devolva o número de elementos pares dum vector  $v$  de inteiros previamente inicializado.

2. Defina um triplo de Hoare que expressa a correcção deste programa.

3. Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare.

□

**Exercício 9** 1. Defina um programa que devolva ordena (por inserção) um vector  $v$  de inteiros previamente inicializado.

2. Defina um triplo de Hoare que expressa a correcção deste programa.

3. Repita as alíneas do exercício 1 sobre este triplo de Hoare.

□